ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ 1.03.3

☑ **Όταν ζητάμε τη χρονική στιγμή στην οποία ένα μέγεθος της Α.Α.Τ (απομάκρυνση, ταχύτητα ή επιτάχυνση) έχει ορισμένη τιμή, για πρώτη δεύτερη κ.ο.κ φορά.**

Τότε εργαζόμαστε ως εξής:

i) Παίρνουμε την εξίσωση του μεγέθους και αντικαθιστούμε την τιμή που δίνεται στην εκφώνηση. Οδηγούμαστε στην επίλυση τριγωνομετρικής εξίσωσης $\eta\mu(\omega t+\phi_o)=\eta\mu\theta$ η $\sigma\upsilon\nu(\omega t+\phi_o)=\sigma\upsilon\nu\theta$ από την οποία ΠΑΝΤΑ παίρνουμε δύο ομάδες λύσεων του χρόνου συναρτήσει του $\kappa\in Z$.

ii) Δεχόμαστε εκείνη την ομάδα λύσεων που ικανοποιεί τον περιορισμό που αναφέρεται στην εκφώνηση της άσκησης. Π.χ περιορισμό της ταχύτητας (θετική ή αρνητική).

iii) Για να βρούμε την τιμή του κ που μας δίνει τη ζητούμενη χρονική στιγμή : Λύνουμε την εξίσωση (στο ii) που δεχτήκαμε, ως προς το χρόνο t ,και απαιτούμε να είναι: $t\geq 0$, οπότε προκύπτει ένα σύνολο ακεραίων τιμών του κ. Για την πρώτη τιμή του κ, το σώμα έχει τη τιμή για πρώτη φορά, για τη δεύτερη τιμή του κ το σώμα έχει τη δοθείσα τιμή για δεύτερη φορά κ.ο.κ.

Παράδειγμα..6.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος που εκτελεί Α.Α.Τ είναι $\psi=10\eta\mu\frac{\pi}{4}t\ \ ,(S.I)$. Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα κινείται κατά την αρνητική φορά και έχει απομάκρυνση $\psi=-5\ m$ για δεύτερη φορά.

<u>Λύση</u> (Διαβάζουμε Μεθοδολογία 1.03.3)

Η εξίσωση απομάκρυνσης είναι $\psi=A\eta\mu(\omega t+\phi_o)$ άρα αντιπαραβάλλοντας με την $\psi=10\eta\mu\frac{\pi}{4}t\ \ ,(S.I)$ (1) έχουμε $A=10m$,$\omega=\frac{\pi}{4}$,$\phi_o=0$. Αντικαθιστούμε στην (1) $\psi=-5\ m$ και έχουμε $-5=10\eta\mu\frac{\pi}{4}t\Leftrightarrow\eta\mu\frac{\pi}{4}t=-\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow\eta\mu\frac{\pi}{4}t=\eta\mu\left(\frac{7\pi}{6}\right)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{\pi}{4}t=2\kappa\pi+\frac{7\pi}{6}\\ \frac{\pi}{4}t=2\kappa\pi+\pi-\frac{7\pi}{6}\end{cases}\Leftrightarrow\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{\pi}{4}t=2\kappa\pi+\frac{7\pi}{6} & (1)\\ \frac{\pi}{4}t=2\kappa\pi-\frac{\pi}{6} & (2)\end{cases}$$

Στο παράδειγμα μας, το σώμα κινείται κατά την αρνητική φορά, οπότε ο περιορισμός της ταχύτητας είναι υ < 0. Από την εξίσωση της ταχύτητας, $u=u_o\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}t$ έχουμε λόγω των (1) και (2) ομάδων λύσεων:

$$\begin{cases}(1) \quad u = u_o συν\frac{\pi}{4}t = u_o συν\left(2κ\pi + \frac{7\pi}{6}\right) = u_o συν\frac{7\pi}{6} = -u_o συν\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}u_o}{2} < 0 \\ (2) \quad u = u_o συν\frac{\pi}{4}t = u_o συν\left(2κ\pi - \frac{\pi}{6}\right) = u_o συν\left(-\frac{\pi}{6}\right) = u_o συν\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}u_o}{2} > 0\end{cases}$$

Άρα, θα δεχτούμε τη πρώτη ομάδα λύσεων που ικανοποιεί τον περιορισμό της ταχύτητας υ < 0.

Για τη χρονική στιγμή, στην οποία το σώμα έχει απομάκρυνση 5 m για δεύτερη φορά, θα πάρουμε τη δεύτερη τιμή του κ, που ικανοποιεί την σχέση:

$t > 0 \underset{(2)}{\Leftrightarrow} 8κ + \frac{14}{3} > 0 \Leftrightarrow κ > -\frac{7}{12}$ οπότε αφού $κ \in Z$ η πρώτη τιμή είναι κ=0 και η δεύτερη κ=1 . Αντικαθιστούμε στην (2) και έχουμε: $t = \frac{38}{3}sec$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ 1.03.4

☑ **Να ζητάμε τον χρόνο για την μετάβαση του σώματος σε τυχαία θέση από άλλη τυχαία ή από μία «βασική» (Θ.Ι ή ακραία θέση) .**

Στις ασκήσεις τέτοιου τύπου **<u>δεν ζητάμε εύρεση χρονικής στιγμής αλλά χρονικής διάρκειας</u>** .Στις ασκήσεις τέτοιου τίπου είναι χρήσιμη η εφαρμογή του περιστρεφόμενου διανύσματος.

i) Πρώτα παίρνουμε τον κύκλο που έχουμε περιγράψει και σημειώνουμε σε αυτόν τις θέσεις του κινητού (ΑΡΧΙΚΗ και ΤΕΛΙΚΗ) γραμμένες συναρτήσει του πλάτους της ταλάντωσης.

ii) Σημειώνουμε το τόξο που διαγράφει το κινητό, και υπολογίζουμε τριγωνομετρικά την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία Δθ από το δημιουργούμενο τρίγωνο,

iii) Τέλος από την σχέση $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ υπολογίζουμε τον χρόνο μετάβασης Δt.

Για να γίνει κατανοητή η εφαρμογή του θα λύσουμε το παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα..7.

Ένα σώμα που εκτελεί Α.Α.Τ πλάτους Α, διέρχεται από την θέση $\frac{A}{2}$ την χρονική στιγμή t=0 κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση. Σε πόσο χρόνο θα περάσει από την ίδια θέση με αντίθετη ταχύτητα για πρώτη φορά.

<u>Λύση</u> (Διαβάζουμε Μεθοδολογία 1.03.4)

Οι θέσεις Β (αρχική κινούμενο προς τα πάνω) και Γ (τελική, κινούμενο προς τα κάτω)

➲ **Σχήμα**

Σημειώνουμε το τόξο που διαγράφει το κινητό.

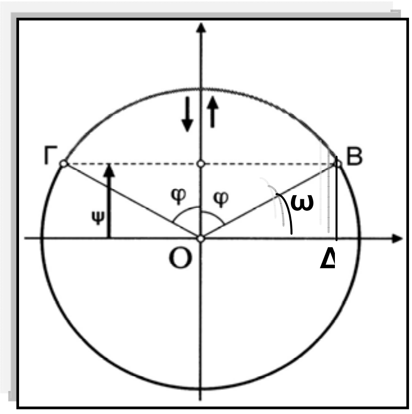
Εδώ είναι το $\overset{\frown}{ΒΓ}$ το οποίο πρέπει να υπολογίσουμε.

Από το τρίγωνο ΟΒΔ έχουμε $\eta\mu\omega = \frac{\mathrm{B\Delta}}{\mathrm{OB}} = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2}$

άρα $\omega = \frac{\pi}{6}$. Άρα $\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ και $\overset{\frown}{B\Gamma} = 2\phi = \frac{2\pi}{3}$.

Ισχύει ότι $\omega = \frac{\theta}{t}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ όπου, θ το τόξο το οποίο γράφει σε χρόνο t το κινητό, άρα

$$\frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow t = \frac{\theta \cdot T}{2\pi} \Rightarrow t = \frac{\frac{2\pi}{3} \cdot T}{2\pi} \Rightarrow t = \frac{T}{3}$$



ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ 1.03.5

☑ **Ασκήσεις που δίνονται ή ζητούνται οι γραφικές παραστάσεις των χρονικών εξισώσεων των μεγεθών της ταλάντωσης.**

i) Πρώτα από τον άξονα του χρόνου είναι δυνατή **<u>η εύρεση της ΠΕΡΙΟΔΟΥ</u>** της ταλάντωσης. Πάντα ο άξονας αυτός χωρίζεται ανά $\frac{T}{4}$ (μεταξύ σημείων μηδενισμού και μεγιστοποίησης) άρα εξισώνοντας τα αντίστοιχα μέρη της περιόδου με την αριθμητική τιμή του άξονα υπολογίζουμε την περίοδο.

ii) Από τον άξονα που παριστάνονται οι τιμές του μεγέθους βρίσκουμε την αντίστοιχη μέγιστη τιμή του και κατά συνέπεια το **<u>πλάτος της ταλάντωσης</u>** από τις σχέσεις μέγιστων τιμών π.χ. αν έχουμε την u_o γράφουμε $u_o = \omega \cdot A$ και βρίσκουμε το πλάτος Α.

iii) Από την τιμή του μεγέθους που διαβάζουμε στο διάγραμμα για την t=0 συλλέγουμε τα στοιχεία για τον **<u>υπολογισμό της αρχικής φάσης</u>**, όπως έχουμε περιγράψει στην μεθοδολογία 1.03.2. **<u>Προσοχή</u>** : Πολλές δεν αρκεί η τιμή του μεγέθους αλλά χρειάζεται να προσέξουμε και το πρόσημο του μετά την t=0. Για παράδειγμα αν την t=0 έχουμε u=0 άρα το σώμα βρίσκεται σε κάποια από τις ακραίες θέσεις του, αν η ταχύτητα μετα την t=0 είναι θετική συμπεραίνουμε ότι βρίσκεται στην θέση –Α.

Παράδειγμα..8.

Δίνεται το παρακάτω διάγραμμα x(t) για ένα κινητό το οποίο εκτελεί Α.Α.Τ να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης και ταχύτητας του κινητού.