

**Διαγώνισμα Μαθηματικά Γ.Π Γ' Λυκείου**

**Ζήτημα 1<sup>ο</sup>**

A. Να αποδείξετε ότι  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

B. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου

Γ. Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις:

α) Αν  $P(A) + P(B) = 1$  τότε τα A, B είναι ξένα ενδεχόμενα

β) Αν  $P(A) \leq P(B)$  τότε  $A \subseteq B$

γ) Το ενδεχόμενο  $A \cup B$  πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται το πολύ ένα από τα ενδεχόμενα A και B.

δ) Γενικά δεχόμαστε ότι ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής είναι ομοιογενές, εάν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος δεν ξεπερνά το 10%.

ε) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται και για ποσοτικές αλλά και για ποιοτικές μεταβλητές.

**Ζήτημα 2<sup>ο</sup>**

Έστω 4,5,α,7,8,β (α<β) οι τιμές μεταβλητής X, με μέση τιμή  $\bar{x} = 5$  και διάμεσο 5:

i) Να αποδείξετε ότι α=1 και β=5

ii) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας του δείγματος

iii) Ποια η ελάχιστη τιμή σταθεράς  $c > 0$  που πρέπει να προσθέσουμε στις παραπάνω τιμές ώστε το δείγμα να είναι ομοιογενές.

iv) Ένα άλλο δείγμα τιμών μεταβλητής Y έχει μέση τιμή 12, αναμειγνύουμε τα δύο δείγματα των τιμών της X και της Y και το νέο δείγμα έχει μέση τιμή 10. Να βρεθεί το πλήθος των τιμών του δείγματος της Y.

Δίνεται ότι  $\sqrt{5} = 2,2$

**Ζήτημα 3<sup>ο</sup>**

Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  και p ένας πραγματικός αριθμός με  $0 < p < 1$ . Δίνεται ότι οι πιθανότητες  $P(A)$ ,  $P(A \cup B)$  και

$P(A \cap B)$  είναι ανά δύο διαφορετικές μεταξύ τους και αποτελούν στοιχεία του συνόλου  $K = \{p - 1, p, p + 1, p^2, -3p, p^3\}$ .

α. Να δείξετε ότι  $P(A) = p^2$  και να βρείτε τις  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ .

β. Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα  $P(B - A)$  αποκτά μέγιστη τιμή και να βρεθεί η τιμή αυτή.

γ. Να αποδείξετε ότι  $P(B - A) > P(A - B)$ .

δ. Αν τα στοιχεία του συνόλου  $K$  αποτελούν τις τιμές μιας μεταβλητής  $X$  και το  $p \in [-1, +\infty)$  να αποδείξετε ότι  $\bar{x} \geq 0$

### Ζήτημα 4<sup>ο</sup>

Δίνεται ο δειγματικός χώρος  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  με  $P(\lambda) = \frac{1}{\alpha \cdot \lambda}$ ,  $\lambda \in \Omega$ ,  $\alpha > 0$  και  $\lambda \neq 0$

Αν δύο ενδεχόμενα  $A = \{0, 1, 2\}$  και  $B = \{1, 2\}$  με  $P(A) = \frac{29}{36}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$  τότε:

i) Να δείξετε ότι  $P(0) = \frac{11}{36}$

ii) Να δείξετε ότι  $\alpha = 3$

iii) Αν η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - xP(\Gamma') - P(\Gamma)}{x - 1} & x \neq 1 \\ \frac{3}{2} & x = 1 \end{cases}$  με  $\Gamma \subseteq \Omega$  είναι

συνεχής στο  $x=1$ , να βρεθεί το  $P(\Gamma)$

iv) Αν ενδεχόμενο  $\Delta = \{\lambda \in \Omega / \eta \ g(x) = \frac{1}{2} \lambda^2 x^2 - 4\lambda x + 1 \text{ έχει εφαπτόμενη στο } (1, g(1)) \text{ παράλληλη στην ευθεία } y = -3x + 2\}$ , να βρεθούν οι  $P(\Delta)$  και  $P(\Delta \cap A')$