

Διαγώνισμα Μαθηματικών Γενικής Παιδείας Γ' Λυκείου

Επιμέλεια Θεμάτων

Σ.Π Μαμαλάκης

Ζήτημα 1^ο

- 1.. Να αποδείξετε ότι αν $A, B \subseteq \Omega$ και $A \subseteq B$ τότε $P(A) \leq P(B)$
- 2.. Τι ορίζουμε ως σταθμικό μέσο.
- 3.. Να εξετάσετε τη ορθότητα των παρακάτω προτάσεων και να τις χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ
 - α) Η διάμεσος ενός δείγματος είναι πιο αξιόπιστο μέτρο θέσης από την μέση τιμή.
 - β) Ισχύει ότι $0 < f_i < 1$ όπου f_i η σχετική συχνότητα των τιμών ενός δείγματος
 - γ) Η διακύμανση των τιμών ενός δείγματος εκφράζει την απόκλιση των τιμών του από την μέση τιμή.
 - δ) Η Στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού την $t = t_0$ είναι ίση με την κλίση της συνάρτησης θέσης την $t = t_0$
 - ε) Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Ζήτημα 2^ο

Αν $f(x) = x - 2\sqrt{x}$ με $x \geq 0$

- i) Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία η f .
- ii) Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f(x)}$
- iii) Να βρείτε την εφαπτομένη της f που είναι κάθετη με την ευθεία $y = -2x + 2013$
- iv) Αν A, B ενδεχόμενα ενός Δειγματικού χώρου με $P(A) = 1 + f\left(\frac{1}{36}\right)$ και $P(B) = 1 + f\left(\frac{1}{9}\right)$, να δείξετε ότι $\frac{5}{36} \leq P(A \cap B) \leq \frac{4}{9}$

Ζήτημα 3^ο

Στον πανελλήνιο διαγωνισμό Στατιστικής συμμετέχουν οι μαθητές της Γ' Λυκείου. Στα γραπτά που διορθώθηκαν βρέθηκαν το πολύ 4 λάθη ενώ κάποιος επιτυγχάνει αν έχει το πολύ μέχρι 2 λάθη. Πήραμε ένα δείγμα γραπτών στο οποίο το ποσοστό των αλάνθαστων γραπτών ήταν 15% και ίσο με το ποσοστό αυτών που είχαν 3 λάθη, ενώ το ποσοστό αυτών που απέτυχαν ήταν 25%. Αν η μέση τιμή των βαθμών ήταν 1,85:

- i) Να γίνει ένας πίνακας των παρατηρήσεων και να συμπληρωθούν οι σχετικές συχνότητες f_i αυτών.
- ii) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές .
- iii) Αν στο δείγμα υπάρχουν 2 μαθητές με 4 λάθη, να βρεθεί η διάμεσος του δείγματος.
- iv) Αν $P(A) = f_2$, $P(B) = f_3$ και $P(A \cap B) = f_4$ όπου f_i , $1 \leq i \leq 5$ οι σχετικές συχνότητες των παρατηρήσεων που βρήκατε, να βρεθεί η πιθανότητα του ενδεχομένου $A' \cup B$.

Ζήτημα 4^ο

Μία μεταβλητή X έχει n τιμές και η μέση τιμή αυτών είναι 2. Αν $\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - 2)^2 = 4$

- i) Να γράψετε την διασπορά των τιμών συναρτήσει του n .
- ii) Αν $n \in [4, 100]$ ποια είναι η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της τυπικής απόκλισης των τιμών.
- iii) Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι 0,05 να βρείτε το πλήθος των τιμών n .
- iv) Αν οι τιμές της μεταβλητής X ακολουθούν Κανονική κατανομή και το n είναι αυτό που βρήκατε παραπάνω (γ). Να βρείτε πόσες τιμές του δείγματος είναι μεγαλύτερες του 2,2 και τι ποσοστό τιμών είναι μεταξύ των τιμών 1,8 και 2,1.
- v) Θεωρούμε ένα σημείο $M(n, f(n))$, $n > 0$, της συνάρτησης $f(n)$ με τύπο αυτόν που βρήκατε στο (i) ερώτημα για την διασπορά. Από το M φέρνουμε τις παράλληλες προς τους άξονες $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$ που τέμνουν αυτούς στα σημεία K , L αντίστοιχα. Αν O η αρχή των αξόνων να βρεθεί για ποια τιμή του n η περίμετρος του σχηματιζόμενου ορθογωνίου $OKML$ γίνεται ελάχιστη.