

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Πώς ορίζεται το ορισμένο ολοκλήρωμα μιας συνεχούς συνάρτησης ορισμένης στο $[\alpha, \beta]$; (5 μονάδες)

β) Συμπληρώστε τα κενά :

1. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \eta \mu 2x dx = \dots\dots\dots$ (2,5 μονάδες)

2. $(f \cdot g)'(x) = \dots\dots\dots$ (2,5 μονάδες)

3. $5^x = \dots\dots\dots$ (2,5 μονάδες)

4. Εάν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \geq 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[k]{f(x)} = \dots\dots\dots$ (2,5 μονάδες)

γ) Απαντήστε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος :

5. $\int_{-1}^{-2} \frac{1}{x} = \ln 2$ (2,5 μονάδες)

6. Εάν η $f : [\alpha, \beta] \rightarrow R$ είναι συνεχής για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$ και $\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = f(\alpha)$, $\lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x) = f(\beta)$ τότε η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$. (2,5 μονάδες)

7. $CV = \frac{\bar{x}}{s} 100\%$ (2,5 μονάδες)

8. $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ (2,5 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι παρατηρήσεις μιας τυχαίας μεταβλητής X :

$$5, 12+\alpha, 7, 11, 8+\alpha, 14, 16 \quad \alpha \in R$$

α) Να βρεθεί ο a ώστε $\bar{x} = 11$. **(10 μονάδες)**

Για $a = 2$:

β) Να βρεθεί η διασπορά ή διακύμανση s^2 **(7 μονάδες)**

γ) Να βρεθεί η τυπική απόκλιση s αν $\sqrt{13,7} \approx 3,7$ **(3 μονάδες)**

δ) Να βρεθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας και να βρείτε αν το δείγμα είναι ομοιογενές **(5 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f : R \rightarrow R$ με $f(x) = \begin{cases} a \ln(xe) + 2 \frac{x^2 - 3x + 2}{-x^3 + 6x^2 - 11x + 6}, & x < 1 \\ 3a - 2, & x \geq 1 \end{cases}$

όπου $a \in R$.

α) Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ **(15 μονάδες)**

β) Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ **(5 μονάδες)**

γ) Βρείτε το a ώστε η $f(x)$ να έχει όριο στο $x_0 = 1$ **(5 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f : R \rightarrow R$ με $f'(x) = -x^2 + 8x - 16$ για κάθε $x \in R$

Επίσης η f διέρχεται από το σημείο $A(0,3)$.

α) Να βρεθεί ο τύπος της f **(7 μονάδες)**

β) Να μελετηθεί η f ως προς την μονοτονία – ακρότατα **(5 μονάδες)**

γ) Εάν $x > 4$ δείξτε ότι $f(x) < -\frac{55}{3}$ **(5 μονάδες)**

δ) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την f' , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = 0$ και $x = 4$ **(8 μονάδες)**