

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΠΑ.Λ. Α΄ & Β΄

23 ΜΑΪΟΥ 2013

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

**A1.** Έστω συνεχής συνάρτηση  $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  με παράγουσα συνάρτηση  $F$ . Τι ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα της συνάρτησης  $f$  από το  $\alpha$  έως το  $\beta$ ;

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Εάν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας είναι κάτω του 10%, ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

(Μον. 2)

**β)** Εάν οι συναρτήσεις  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με

$$g(x) \neq 0, \text{ τότε ισχύει: } \left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}.$$

(Μον. 2)

**γ)** Εάν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .

(Μον. 2)

**δ)** Ισχύει ότι:  $\int_a^\beta e^x dx = \frac{e^{\beta+1}}{\beta+1} - \frac{e^{\alpha+1}}{\alpha+1}$  με  $\alpha \neq -1$  και  $\beta \neq -1$ .

(Μον. 2)

**ε)** Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g$  συνεχείς στο  $[\alpha, \beta]$ . Αν  $f(x) \geq g(x)$  για κάθε  $x \in [\alpha, \beta]$ , τότε  $\int_\alpha^\beta f(x) dx \geq \int_\alpha^\beta g(x) dx$ .

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

**α)**  $\int_a^\beta \eta \mu x dx = \dots$

(Μον. 3)

**β)** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και  $c$  μία σταθερά, τότε:

$$(c \cdot f)'(x) = \dots$$

(Μον. 3)

**γ)** Αν  $\alpha \in \mathbb{R}^*$  και  $x > 0$ , τότε:

$$(x^\alpha)' = \dots$$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha^2 x + \ln x, & \text{αν } 0 < x \leq 1 \text{ και } \alpha \in \mathbb{R} \\ \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2}, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$$

**B1.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Να δείξετε ότι  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$ .

**Μονάδες 10**

**B3.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$  η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$ .

**Μονάδες 8**

## ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μισθοί των υπαλλήλων μίας εταιρείας (σε εκατοντάδες €):

Μισθός (εκατοντάδες €) $x_i$	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
6	25		
10	17		
15	6		
20	2		
<b>Σύνολα</b>	$v = \dots$	100	

**Γ1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των μισθών των υπαλλήλων.

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Τι ποσοστό υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1000 €;

**Μονάδες 7**

**Γ4.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$  των μισθών των υπαλλήλων της εταιρείας.

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (x - 2)^2 (x + \alpha)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f$  είναι  $f'(x) = (x - 2)(3x + 2\alpha - 2)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να βρείτε τον αριθμό  $\alpha$ , αν η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει ακρότατο στο  $x_0=4$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Για  $\alpha = -5$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και τις τιμές των ακροτάτων.

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Δίνονται οι συναρτήσεις  $g(x) = 3x^2 - 12x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $h(x) = 6x - 24$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$ , που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x)$  και  $h(x)$ .

**Μονάδες 7**