

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΠΑ.Λ. Α' & Β'

24 ΜΑΪΟΥ 2012

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζεται διάμεσος δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . (Μονάδες 2)

β) Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής. (Μονάδες 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[a, \beta]$. Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_a^\gamma f(x)dx + \int_\beta^\gamma f(x)dx = \int_a^\beta f(x)dx, \quad \text{με } a < \gamma < \beta. \quad (\text{Μονάδες 2})$$

δ) Ισχύει ότι: $(x^a)' = ax^{a-1}$, $a \in \mathbb{R}^*$, $x > 0$ (Μονάδες 2)

ε) Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις $f, g: [a, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με συνεχείς παραγώγους f', g' . Τότε ισχύει ότι:

$$\int_a^\beta f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_a^\beta - \int_a^\beta f(x)g'(x)dx \quad (\text{Μονάδες 2})$$

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) $\int_a^\beta \frac{1}{x} dx = \dots$ με $\beta > a > 0$ (Μονάδες 3)

β) Έστω συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(A) \subseteq B$. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε κάθε $x \in A$ και η g παραγωγίσιμη σε κάθε $f(x) \in B$, τότε η σύνθεσή τους $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει ότι: $(g \circ f)'(x) = \dots$ (Μονάδες 3)

γ) $\int_a^\beta c dx = \dots$ με c σταθερά και $a, \beta \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος x_i	Μαθητές v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική συχνότητα (%) $f_i\%$	$x_i v_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	κ			
5	$2\kappa + 1$			
Σύνολα	$v = 25$		100	

- B1.** Να υπολογίσετε τον αριθμό κ **Μονάδες 4**
- B2.** Για $\kappa = 3$ να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα. **Μονάδες 8**
- B3.** Για $\kappa = 3$ να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} και να βρείτε τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων. **Μονάδες 10**
- B4.** Για $\kappa = 3$ να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως. **Μονάδες 3**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, & \text{αν } x > 1 \\ \alpha x^2 + \beta x, & \text{αν } x \leq 1 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

- Γ1.** Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ **Μονάδες 5**
- Γ2.** Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ **Μονάδες 10**
- Γ3.** Να υπολογίσετε τα α και β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$ και η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$. **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

Δ1. Να βρείτε την παράγουσα F της f , αν $F(0) = 1$.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in \mathbb{R}$ να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της F .

Μονάδες 8

Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές $F(2011)$ και $F(2012)$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = 0$ και $x = 1$.

Μονάδες 7