ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1–Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση

Α1. Η μαγνητική ροή Φ, που διέρχεται από μια επίπεδη επιφάνεια εμβαδού S, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

α) είναι μέγιστη, όταν η επιφάνεια είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου

β) είναι διανυσματικό μέγεθος

γ) είναι μέγιστη, όταν η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου

δ) έχει μονάδα μέτρησης το 1 Tesla (1T).

Μονάδες 5

Α2. Σώμα εκτελεί κίνηση, που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, γύρω από το ίδιο σημείο ίδιου πλάτους και ίδιας διεύθυνσης, με συχνότητες $f_1 = 199$ Hz και $f_2 = 201$ Hz, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται διακροτήματα. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι

α) 1 s

β) $\frac{1}{200}$ s

γ) $\frac{1}{400}$ s

δ) 0,5 s

Μονάδες 5

Α3. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος, που εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής

α) έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα περιστροφής

β) έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας

γ) έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας

δ) έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της αρχικής του γωνιακής ταχύτητας.

Μονάδες 5

Α4. Η υδροστατική πίεση στον οριζόντιο πυθμένα ενός ανοιχτού κυλινδρικού δοχείου με κατακόρυφα τοιχώματα, το οποίο περιέχει ιδανικό υγρό σε ισορροπία και βρίσκεται εντός βαρυτικού πεδίου

α) είναι ανεξάρτητη από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας

β) εξαρτάται από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας

γ) είναι ανεξάρτητη από την πυκνότητα του υγρού

δ) εξαρτάται από το εμβαδόν του πυθμένα του δοχείου.

Μονάδες 5

Α5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που αυτές ορίζουν.

β) Η ροή ενός ιδανικού ρευστού παρουσιάζει στροβίλους.

γ) Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ενός ραβδόμορφου μαγνήτη δεν τέμνονται και είναι πάντα κλειστές.

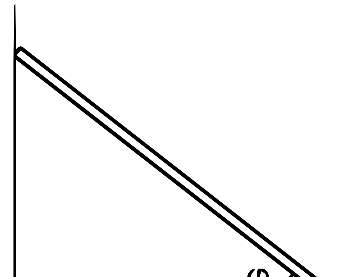
δ) Ο κανόνας του Lenz είναι αποτέλεσμα της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

ε) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου κοντά στα άκρα ρευματοφόρου σωληνοειδούς έχει μέτρο ίσο με το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Λεπτή ομογενής σκάλα βάρους w ισορροπεί, ακουμπώντας σε λείο κατακόρυφο τοίχο και τραχύ οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

Εάν μ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ σκάλας και οριζοντίου δαπέδου, τότε η ελάχιστη τιμή της εφαπτομένης της γωνίας φ, για την οποία η σκάλα ισορροπεί, είναι ίση με

i) $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{\mu}$, ii) $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2\mu}$ iii) $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{3}{2\mu}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

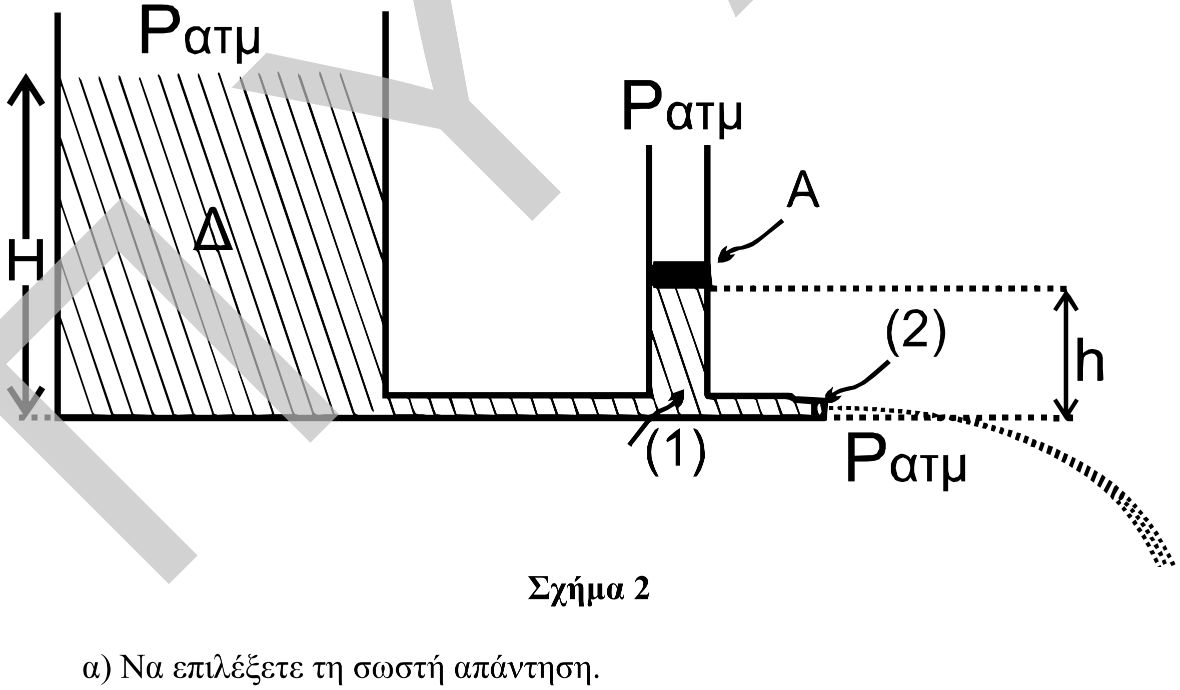
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Ιδανικό ρευστό πυκνότητας ρ ρέει από δεξαμενή (Δ) μεγάλης διατομής μέσω οριζόντιου λεπτού σωλήνα, του οποίου το εμβαδόν διατομής ελαττώνεται στο μισό στο σημείο (2) όπου το ρευστό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα. Λεπτός κατακόρυφος σωλήνας εμβαδού διατομής Α προσαρμόζεται στο σημείο (1), όπως φαίνεται στο σχήμα 2 στην ελεύθερη επιφάνεια του οποίου προσαρμόζεται έμβολο βάρους w που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και έχει επίσης εμβαδόν Α. Εάν το ύψος του ρευστού στη δεξαμενή είναι Η και στο λεπτό κατακόρυφο σωλήνα είναι h = H/4, τότε το βάρος του εμβόλου ισούται με

i. $w = \frac{\rho g H A}{2}$ **ii.** $w = \frac{\rho g H A}{4}$ **iii.** $w = \frac{\rho g H A}{3}$

Όπου g η βαρυτική επιτάχυνση.



Σχήμα 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

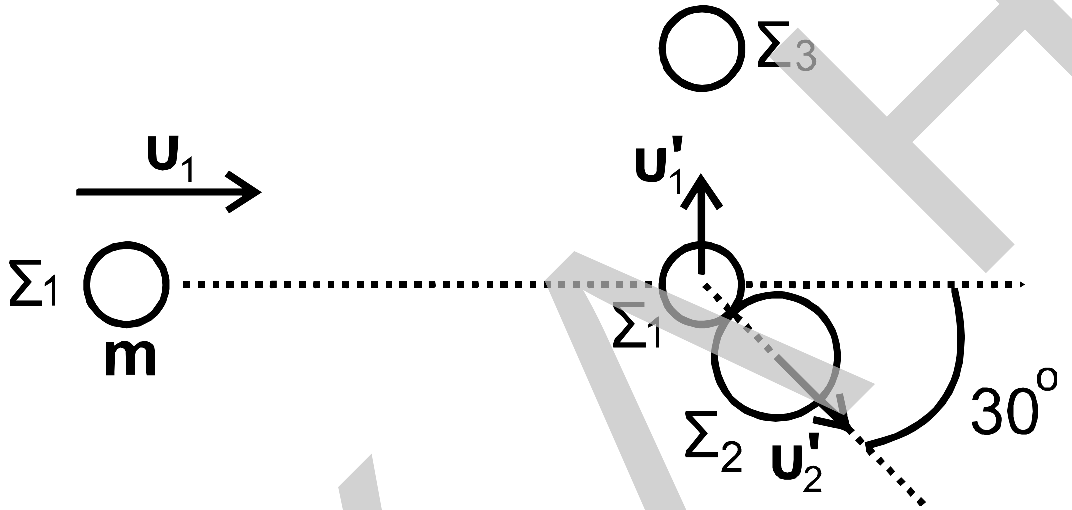
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή της.

Μονάδες 6

B3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα $Σ_1$ μάζας $m_1 = m$ που κινείται με ταχύτητα $υ_1$, συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη σφαίρα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 2m$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη.

Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα $Σ_1$ κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτητα $υ_1'$ και η σφαίρα $Σ_2$ κινείται με ταχύτητα $υ_2'$ σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30^o με την αρχική διεύθυνση κίνησης της σφαίρας $Σ_1$. Στη συνέχεια, η σφαίρα $Σ_1$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητη σφαίρα $Σ_3$ μάζας $m_3 = m$ που βρίσκεται ακίνητη στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, της φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα 3.



Σχήμα 3

Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος των σφαιρών $Σ_1$ και $Σ_3$ της την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας $Σ_1$, πριν την κρούση της με τη σφαίρα $Σ_2$, είναι ίσος με:

i. $\frac{1}{2}$ **ii.** $\frac{1}{3}$ **iii.** $\frac{1}{6}$

Δίνονται:

- $ημ30^o = \frac{1}{2}$, $συν30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Να θεωρήσετε ότι:

- της οι σφαίρες είναι μικρών διαστάσεων,
- της οι κρούσεις είναι ακαριαίες,
- τα σώματα δεν αναπηδούν κατά την κρούση,
- κατά της κρούσεις, δεν έχουμε απώλεια μάζας.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

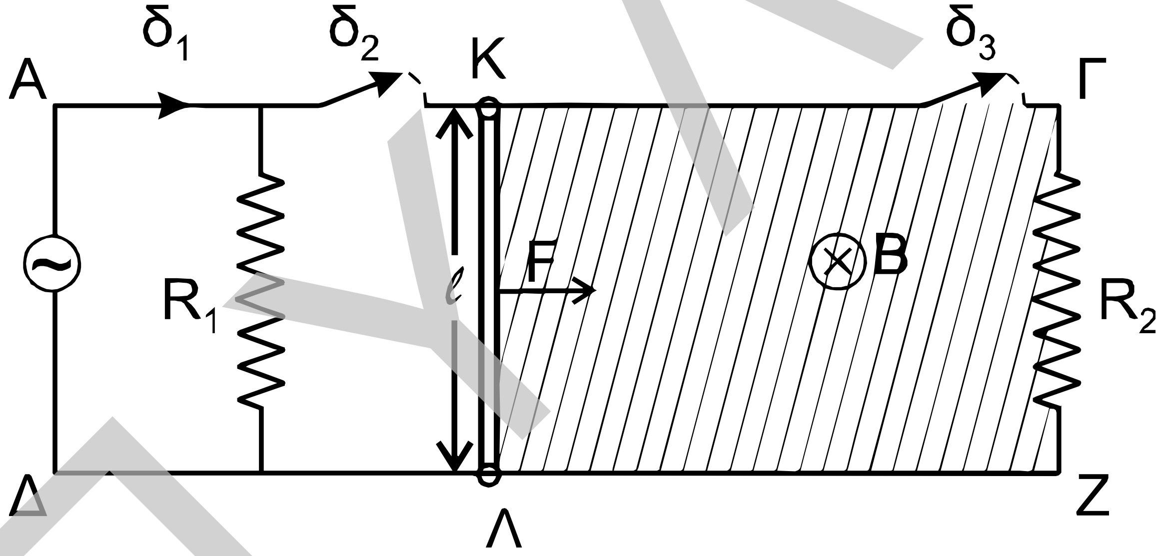
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή της.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Στο σχήμα 4 οι αγωγοί ΑΓ, ΔΖ, μεγάλου μήκους, βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι παράλληλοι μεταξύ της, απέχουν ℓ = 1m και έχουν μηδενική ωμική αντίσταση. Η ράβδος ΚΛ έχει μήκος ℓ = 1m μάζα m = 0,5kg, αντίσταση $R_{ΚΛ}$ =2Ω και αρχικά είναι ακίνητη. Η ράβδος ΚΛ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, παραμένοντας συνεχώς κάθετη και σε επαφή με της αγωγούς ΑΓ, ΔΖ.

Η γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος που συνδέεται στα άκρα Α, Δ περιέχει αγώγιμο πλαίσιο μηδενικής αντίστασης, το οποίο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος της δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Η χρονική εξίσωση της στιγμιαίας τιμής της εναλλασσόμενης τάσης που εμφανίζεται στο πλαίσιο είναι $υ = V·ημ\,(50πt)$ S.I. Οι αντιστάτες που φαίνονται στο σχήμα 4 έχουν τιμές R_1 = 6Ω και R_2 = 3Ω. Από την αρχική θέση της ράβδου ΚΛ και στον χώρο δεξιά απ᾽ αυτήν, υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β, του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και φορά από τον αναγνώστη της αυτήν, της φαίνεται στο σχήμα 4 και καλύπτει όλη τη γραμμοσκιασμένη περιοχή.



Σχήμα 4

Γ1. Αρχικά, ο διακόπτης $δ_1$ είναι κλειστός και οι $δ_2$, $δ_3$ είναι ανοικτοί. Τότε, η μέση ισχύς στον αντιστάτη R_1 ισούται με 12W. Υπολογίστε το πλάτος της τάσης V και την ενεργό ένταση του ρεύματος στον αντιστάτη R_1.

Μονάδες 6

Γ2. Διατηρώντας τον διακόπτη $δ_1$ κλειστό και ανοιχτούς της διακόπτες $δ_2$ και $δ_3$, διπλασιάζουμε τη συχνότητα περιστροφής του πλαισίου στη γεννήτρια εναλλασσόμενης τάσης. Η στιγμιαία τιμή της τάσης που παράγεται τότε έχει τη μορφή $υ' = V' · ημ\,(ω' t)$. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος στον αντιστάτη R_1 και να υπολογιστεί η τιμή της τη χρονική στιγμή

$5 \cdot 10^{-3}$sec.

Μονάδες 6

Γ3. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_1$ και ασκούμε στο μέσο της ράβδου ΚΛ σταθερή οριζόντια δύναμη, κάθετη στη ράβδο μέτρου

$F = 0{,}5N$ με φορά, της στο σχήμα 4. Τη στιγμή 2sec κλείνουμε της διακόπτες $δ_2$ και $δ_3$ και παρατηρούμε ότι έκτοτε η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα. Υπολογίστε το μέτρο της έντασης B του μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο κινείται η ράβδος.

Μονάδες 6

Γ4. Για το χρονικό διάστημα 0 έως 5sec, να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό του έργου της F που μετατρέπεται σε θερμότητα στον αντιστάτη R_2.

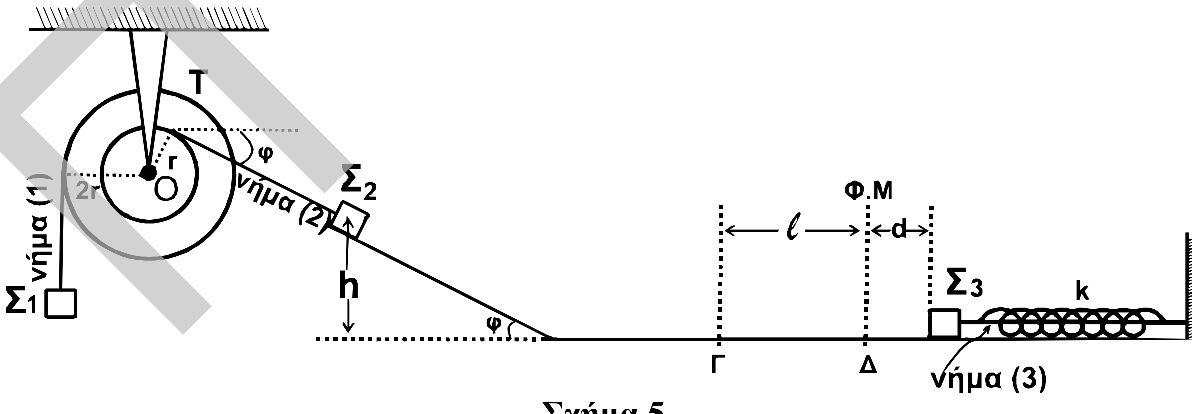
Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Η ομογενής τροχαλία Τ του σχήματος 5 μάζας $M = 1{,}5kg$, αποτελείται από δύο κυκλικά τμήματα ακτίνων r και 2r αντίστοιχα, κολλημένα μεταξύ της που στην περιφέρειά της φέρουν λεπτή εγκοπή.

Η τροχαλία Τ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Ο. Στο εξωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (1), στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1. Στο εσωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (2), στο άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα $Σ_2$, μάζας $m_2 = 5kg$ που βρίσκεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ (ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8). Στη συνέχεια της βάσης του κεκλιμένου επιπέδου, βρίσκεται λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους. Το σύστημα της τροχαλίας και των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Σώμα $Σ_3$ μάζας $m_3 = 5kg$ ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα $Σ_3$ είναι δεμένο με νήμα (3) με το ελατήριο συμπιεσμένο κατά $d = 0{,}2m$ από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Σχήμα 5

Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία Τ από τον άξονα.

Μονάδες 7

Κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2) και απομακρύνουμε το σώμα Σ_1. Το σώμα Σ_2 που βρίσκεται σε ύψος h = 1,8m από το οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει να κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο και, αφού φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, συνεχίζει (χωρίς να παρατηρείται φαινόμενο αναπήδησης και χωρίς να μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητάς του) την κίνησή του στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

Όταν το σώμα Σ_2 βρίσκεται στο σημείο Γ του οριζοντίου επιπέδου που απέχει απόσταση $\ell = \frac{3\pi}{5}\,\text{m}$ από τη θέση Δ στην οποία το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κόβεται το νήμα (3) και το σώμα Σ_3 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k. Το σώμα Σ_3 συγκρούεται κεντρικά ελαστικά για πρώτη φορά με το σώμα Σ_2 στη θέση Δ φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Δ2. Να δείξετε ότι η σταθερά k του ελατηρίου είναι ίση με $125\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Μονάδες 5

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ_3 αμέσως μετά την κρούση (t = 0 η στιγμή της κρούσης και θετική κατεύθυνση η κατεύθυνση της κίνησης του σώματος Σ_3 πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2).

Μονάδες 4

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια της ταλάντωσής του είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσής του, για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα Σ_2, καθώς και την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_3 την ίδια χρονική στιγμή.

Μονάδες 6

Δ5. Να υπολογίσετε την απόσταση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_3 διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα Σ_2.

Μονάδες 3

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \text{m/s}^2$,
- η σταθερά π είναι περίπου ίση με 3,14.

Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- ο χαρακτηρισμός «λεπτό νήμα» αφορά νήμα αμελητέου πάχους,
- τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα,
- το οριζόντιο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους και οι κινήσεις των σωμάτων, Σ_2 και Σ_3 για το ερώτημα **Δ5** πραγματοποιούνται εξ ολοκλήρου στο οριζόντιο επίπεδο.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ,

Α2. δ,

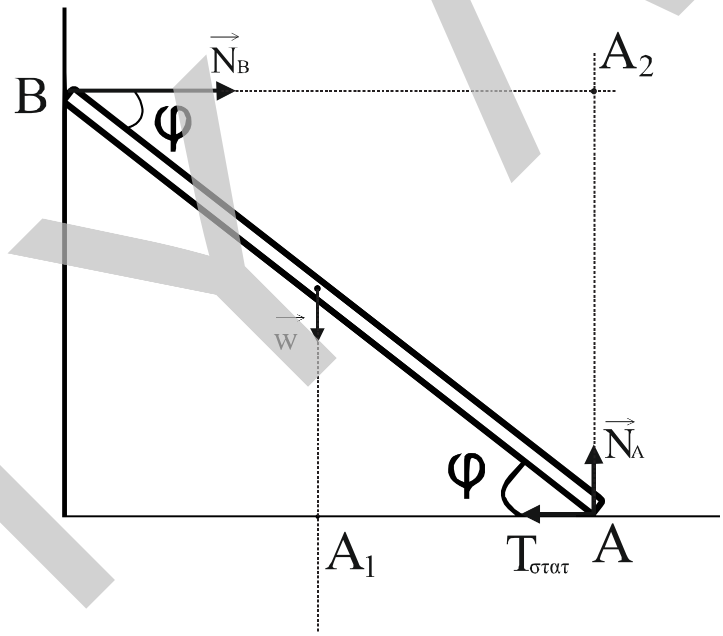
Α3. γ,

Α4. β,

Α5. **α)** Σωστή, β) Λάθος, **γ)** Σωστή, **δ)** Σωστή, **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1.



α) Σωστή η (**ii**)

β) ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

$$\Sigma Fx = 0 \Rightarrow N_B - T_{στ} = 0 \Rightarrow T_{στ} = N_B \qquad (1)$$

$$\Sigma F\psi = 0 \Rightarrow N_A - w = 0 \Rightarrow N_A = w \qquad (2)$$

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \overset{\text{ισορρ.ροπών}}{\Rightarrow} -N_B \cdot (A_2A) + w \cdot (A_1A) = 0 \Rightarrow$$

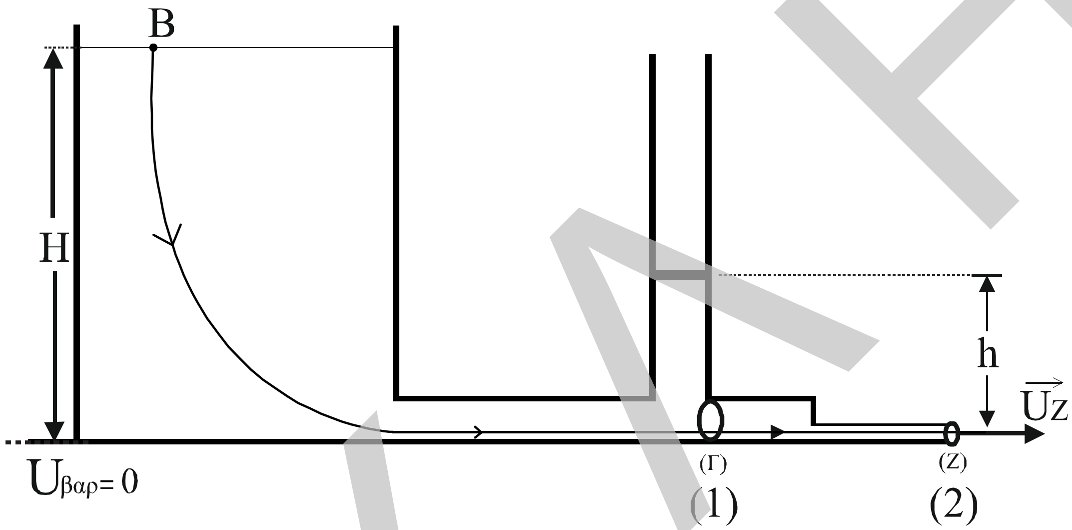
$$N_B \cdot \ell \cdot ημ\,φ = w \cdot \frac{\ell}{2} \cdot συν\,φ \Rightarrow N_B = \frac{w}{2} \cdot \frac{1}{εφ\,φ} \qquad (3)$$

Για να μην ολισθαίνει η ράβδος:

$$T\sigma\tau \le \mu_s \cdot N_A \overset{(1)}{\underset{(3)}{\Rightarrow}} \frac{w}{2}\cdot\frac{1}{\varepsilon\varphi\varphi} \le \mu_s \cdot w \Rightarrow \boxed{\frac{1}{2\cdot\mu_s} \le \varepsilon\varphi\varphi}$$

Άρα για την ελάχιστη τιμή ισχύει: $\boxed{\frac{1}{2\cdot\mu_s} = \varepsilon\varphi\varphi}$

Β2.



α) Σωστή η (**i**)

β) $\upsilon_{\beta\alpha\rho} = 0$

Bernoulli Β → Ζ:

$$P_{atm} + 0 + \rho\cdot g\cdot H = P_{atm} + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_Z^2 + 0 \Rightarrow \rho\cdot g\cdot H = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_Z^2 \qquad (1)$$

Bernoulli Γ → Ζ:

$$P_\Gamma + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_\Gamma^2 + 0 = P_{atm} + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_Z^2 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{atm} + \frac{w}{A} + \rho\cdot g\cdot h + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_\Gamma^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_Z^2 + 0 \qquad (2)$$

Εξίσωση συνέχειας, Γ → Ζ

$$A_1 \cdot \upsilon_\Gamma = A_2 \cdot \upsilon_Z \Rightarrow 2 \cdot \cancel{A_2} \cdot \upsilon_\Gamma = \cancel{A_2} \cdot \upsilon_\Gamma \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \frac{\upsilon_Z}{2} \qquad (3)$$

$$(3) \rightarrow (2)$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{\upsilon_Z^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 \cdot \frac{3}{4} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{3}{4} \overset{\left(h=\frac{H}{4}\right)}{\Rightarrow}$$

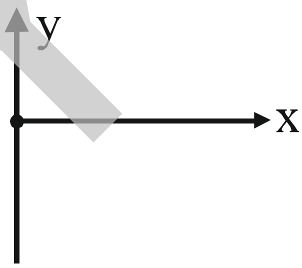
$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot \frac{H}{4} = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{w}{A} = \rho \cdot g \cdot H \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \boxed{w = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A}{2}}$$

B3.

α) Σωστή η **(iii)**.

β)



Α.Δ.Ο. (άξονας y)

$$0 + 0 = m_1 \cdot \upsilon_1' - m_2 \cdot \upsilon_{2y}' \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1' = m_2 \cdot \upsilon_2' \cdot ημ30°$$

$$\cancel{m} \cdot \upsilon_1' = \cancel{2}\,\cancel{m} \cdot \upsilon_2' \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1' = \upsilon_2'} = (1)$$

Ελαστική κρούση, άρα:

$$k_{ΟΛ}^{ΠΡΙΝ} = k_{ΟΛ}^{ΜΕΤΑ} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot υ_1^2 = \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot υ_1'^2 + \frac{1}{2}\cdot m_2 \cdot υ_2'^2$$

$$\cancel{m}\cdot υ_1^2 + \cancel{m}\cdot υ_1'^2 + 2\cdot \cancel{m}\cdot υ_2'^2 \Rightarrow$$

$$υ_1^2 = υ_1'^2 + 2\cdot υ_2'^2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$υ_1^2 = υ_1'^2 + 2\cdot υ_1'^2 \Rightarrow υ_1^2 = 3\cdot υ_1'^2$$

$$υ_1' = \frac{υ_1}{\sqrt{3}} \ (2)$$

Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση

$$m_1 \cdot υ_1' + 0 = (m_3 + m_1)\cdot V_k \Rightarrow$$

$$V_k = \frac{υ_1'}{2} \overset{(2)}{\Rightarrow} V_k = \frac{υ_1}{2\cdot\sqrt{3}} \ (3)$$

$$\frac{K_{1,3}}{K_1} = \frac{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot 2\cancel{m}\cdot V_k^2}{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot \cancel{m}\cdot υ_1^2} = 2\cdot\left(\frac{V_k}{υ_1}\right)^2$$

$$= 2\cdot\left(\frac{\frac{υ_1}{2\sqrt{3}}}{υ_1}\right)^2 = \frac{2}{4\cdot 3} = \frac{1}{6}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\overline{P} = I_{εν}^2 \cdot R_1 \Rightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{\overline{P}}{R_1}} \Rightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2}\ \text{A}$

$$I = I_{εν}\cdot\sqrt{2} = 2\,\text{A}.$$

$$V = I\cdot R_1 \Rightarrow V = 2\cdot 6 = 12\ \text{Volt}$$

Γ2. $f' = 2 \cdot f \Rightarrow \omega' = 2 \cdot \omega \Rightarrow \omega' = 100\pi \ \ r/s$

$V' = N \cdot \omega' \cdot B \cdot A = N \cdot 2\omega \cdot B \cdot A$

$V' = 2V$

$V' = 24\,Volt$,

$I' = 2 \cdot I$

$I' = 4 \cdot A$

Άρα $P_{\sigma\tau} = V' \cdot I' \cdot \eta\mu^2(\omega' t) \Rightarrow P_{\sigma\tau} = 24 \cdot 4 \cdot \eta\mu^2(100\pi \cdot t) \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_{\sigma\tau} = 96 \cdot \eta\mu^2\left(100\pi \cdot \frac{5}{1000}\right) = 96 \cdot \eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 96 \ \text{Watt}$$

Γ3. $F = 0{,}5\ N \qquad t_1 = 2s$

Στο χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 2$ η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{0{,}5}{0{,}5} = 1 m/s^2$$

$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 1 \cdot 2 = 2 m/s$

$$F = F_L \Rightarrow F = B \cdot I \cdot \ell \Rightarrow F = B \cdot \ell \cdot \left(\frac{B \cdot \upsilon_1 \cdot \ell}{R_{o\lambda}}\right)$$

$$F = \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot \upsilon_1}{R_{o\lambda.}} \Rightarrow F \cdot R_{o\lambda.} = B^2 \cdot \ell^2 \cdot \upsilon_1 \Rightarrow$$

$$B^2 = \frac{F \cdot R_{o\lambda.}}{\upsilon_1 \cdot \ell^2}, \left(\text{όπου:} \quad R_{o\lambda.} = R_{K\Lambda} + R_{1,2} = 2 + \frac{6+3}{6+3} = 2 + 2 = 4\Omega \right)$$

$$B^2 = \frac{0{,}5 \cdot 4}{2 \cdot 1^2} \Rightarrow B^2 = 1 \Rightarrow \boxed{B = 1T}$$

Γ4.

$$W_F = F \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 + F \cdot \upsilon_1 \cdot \left(t_2 - t_1\right)$$

$$W_F = 0{,}5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + 0{,}5 \cdot 2 \cdot 3$$

$$W_F = 1 + 3 = 4J$$

Με βάση τους παραπάνω υπολογισμούς το έργο της δύναμης F στο χρονικό διάστημα από $t_1 = 2s$ έως $t_2 = 5s$ ισούται με $W_F^{'} = 3\ J$.

Εφαρμόζω Α.Δ.Ε. για την κίνηση της ράβδου στο παραπάνω χρονικο διάστημα:

$$E_{ΜΗΧ}^{ΑΡΧ} + W_F^{'} = E_{ΜΗΧ}^{ΤΕΛ} + Q_J$$

Επειδή η ράβδος κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα ισχύει:

$E_{ΜΗΧ}^{ΑΡΧ} = E_{ΜΗΧ}^{ΤΕΛ}$, άρα η παραπάνω σχέση μας δίνει τελικά:

$$W_F^{'} = Q_J \Rightarrow Q_J = 3\,J$$

Η θερμότητα Q_J αποδίδεται στο περιβάλλον από την αντίσταση $R_{ΚΛ}$ της ράβδου και από τις αντιστάσεις R_1 και R_2. Επειδή η αντίσταση $R_{ΚΛ}$ είναι σε σειρά συνδεδεμένη με την εξωτερική αντίσταση $R_{1,2}$, ισχύει:

$$\frac{Q_{ΚΛ}}{Q_{1,2}} = \frac{R_{ΚΛ}}{R_{1,2}} \Rightarrow \frac{Q_{ΚΛ}}{Q_{1,2}} = \frac{2}{2} \Rightarrow Q_{ΚΛ} = Q_{1,2}$$

Επιπλέον ισχύει:

$$Q_J = Q_{ΚΛ} + Q_{1,2} \Rightarrow 3 = Q_{ΚΛ} + Q_{1,2}$$

Λύνοντας το σύστημα των δυο παραπάνω εξισώσεων βρίσκουμε ότι:

$$Q_{1,2} = \frac{3}{2}\,J.$$

Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα, συνεπώς για τις αντίστοιχες θερμότητες Q_1 και Q_2 ισχύει:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{3}{6} \Rightarrow Q_1 = 0,5 \cdot Q_2$$

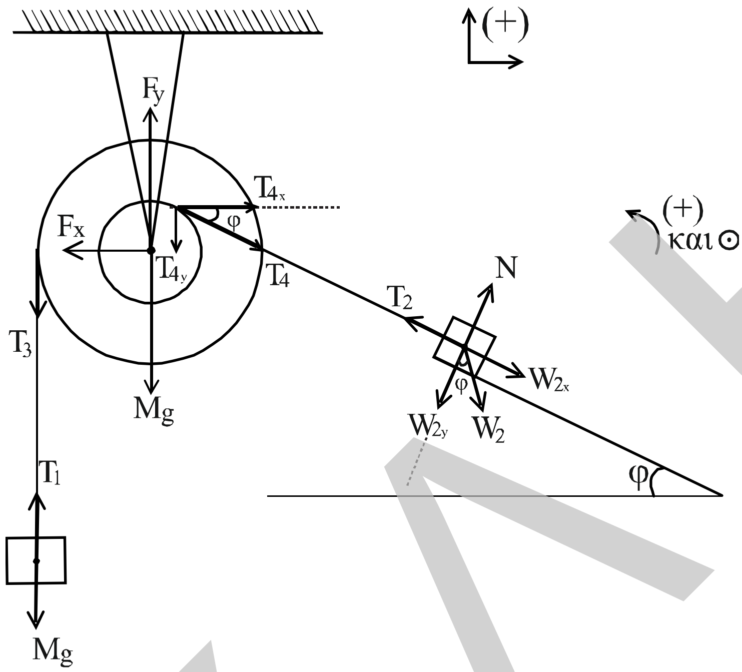
Όμως $Q_{1,2} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{1,2} = \frac{3}{2} \cdot Q_2 \Rightarrow Q_2 = 1J$

Επομένως για το ζητούμενο ποσοστό ισχύει:

$$x = \left(\frac{Q_2}{W_F}\right) \cdot 100\% = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot 100\% = 25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Η διπλή τροχαλία ισορροπεί στροφικά.

Άρα: $\Sigma\tau \underset{(0)}{=} 0 \Rightarrow T_3 \cdot 2r - T_4 \cdot r = 0 \Rightarrow 2T_3 = T_4$ (1)

Όμως $T_3 = T_1$ και $T_4 = T_2$ γιατί τα νήματα δεν έχουν μάζα, άρα η (1) γίνεται: $2 \cdot T_1 = T_2$ (2) .

Το Σ_1 ισορροπεί άρα $T_1 = m_1 g$ και το Σ_2 ισορροπεί άρα $T_2 = W_{2x} \Rightarrow T_2 = W_2 \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow T_2 = m_2 g \eta\mu\varphi$. Άρα η (2) γίνεται:

$$2m_1 \cancel{g} = m_1 \cancel{g} \eta\mu\varphi \Rightarrow m_1 = \frac{m_2 \cdot \eta\mu\varphi}{2} = \frac{5 \cdot 0,6}{2} = \boxed{1,5\,kg}$$

Η τροχαλία ισορροπεί και μεταφορικά.

Άρα $\left.\begin{matrix} \Sigma Fx = 0 \\ \Sigma Fy = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} T_{4x} = Fx \\ Fy = Mg + T_3 + T_{4y} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} T_4 \cdot συνφ = Fx \\ Fy = Mg + T_3 + T_4 \cdot ημφ \end{matrix}\right\} \xrightarrow[T_3=T_1]{T_4=T_2}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} Fx = T_2 \cdot συνφ \\ Fy = Mg + T_1 + T_2 \cdot ημφ \end{matrix}\right\} \xrightarrow[T_1=m_1 g]{T_2=m_2 gσυνφ}$$

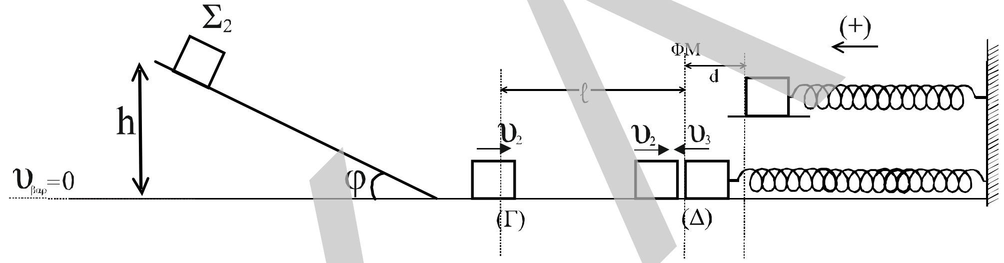
$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} Fx = m_2 g \cdot ημφ \cdot συνφ \\ Fy = Mg + m_1 g + m_2 g \cdot ημφ \cdot ημφ \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$Fx = 50 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 24N$$

$$Fy = 15 + 15 + 50 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 48N$$

Έτσι $F_{άξονα} = \sqrt{Fx^2 + Fy^2} = \sqrt{24^2 + 48^2} = \sqrt{24^2 + 2^2 \cdot 24^2} = 24\sqrt{5}N.$

Δ2.



Εφαρμογή Αρχής Διατήρησης Ενέργειας για το $Σ_2$ από την αρχική του θέση μέχρι τη θέση Γ:

$$υ_{βαρ_{αρχ}} = k_{τελ} \Rightarrow \cancel{m_2} gh = \frac{1}{2}\cancel{m_2} υ_2^2 \Rightarrow |υ_2| = \sqrt{2gh} \Rightarrow |υ_2| = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8} = 6\,m/s$$

Από το (Γ) έως το (Δ) το $Σ_2$ φτάνει μετά από χρόνο $Δt_2 = \frac{(ΓΔ)}{υ_2} \Rightarrow Δt_2 = \frac{\ell}{υ_2} = \frac{3π}{5 \cdot 6} = \frac{π}{10}sec$ αφού κινείται ευθύγραμμα και ομαλά στο επίπεδο.

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το $Σ_3$ εκτελεί το ¼ της ταλάντωσης του.

Άρα $Δt_2 = T/4$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης του $Σ_3$.

Δηλαδή:

$$Δt_2 = \frac{1}{4} \cdot 2π\sqrt{\frac{m_3}{k}} \Rightarrow \frac{\cancel{π}}{10} = \frac{1}{4} \cdot 2\cancel{π} \cdot \sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{5} = \sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{5}{k} \Rightarrow \boxed{k = 125\,N/m}$$

Δ3. Στο σημείο Δ γίνεται η κεντρική ελαστική κρούση των Σ_2 και Σ_3. Επειδή έχουν ίσες μάζες έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων.

Άρα: $\upsilon_3' = -|\upsilon_2| \Rightarrow \upsilon_3' = -6\ \text{m/s}$

Και $\upsilon_2' = \upsilon_3 = \omega \cdot A$ όπου ω και A στοιχεία της ΑΑΤ του Σ_3.

Είναι $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{125}{5}} = 5\,\text{rad/s}$ και $A = d = 0{,}2\,\text{m}$

Έτσι $\upsilon_2' = 5 \cdot 0{,}2 = 1\,\text{m/s}$

Επειδή την $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση το Σ_3 είναι στη θέση ισορροπίας και έχει $\upsilon < 0$, παρουσιάζει λοιπόν αρχική φάση. Άρα: $x = A' \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ την t = 0 το x = 0 οπότε έχουμε $0 = \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu 0 \Rightarrow \varphi_0 = 2k\pi + \pi$ αφού η ταχύτητα είναι αρνητική.

Επειδή πρέπει $0 \le \varphi_0 < 2\pi$, το $k = 0$ άρα $\varphi_0 = \pi\ \text{rad}$.

Επειδή την υ_3' την διαθέτει το m_3 στη θέση ισορροπίας του μετά την κρούση θα είναι το μέτρο της ίσο με $\omega \cdot A'$. Δηλαδή $|\upsilon_3'| = \omega \cdot A' \Rightarrow 6 = 5 \cdot A' \Rightarrow A' = 1{,}2\text{m}$

Έτσι για την εξίσωση απομάκρυνσης του Σ_3 θα ισχύει: $x = 1{,}2 \cdot \eta\mu(5t + \pi)$ στο S.I.

Δ4. Από υπόθεση

$$K_{\tau\alpha\lambda.} = 8\upsilon_{\tau\alpha\lambda.} \Rightarrow E_{o\lambda} - \upsilon_{\tau\alpha\lambda.} = 8\upsilon_{\tau\alpha\lambda.} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot A'^2 = 9 \cdot \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = \pm \dfrac{A'}{3} = \pm 0{,}4\,\text{m}$ και $\Rightarrow x = -0{,}4\,\text{m}$, αφού είναι για πρώτη φορά μετά την κρούση.

Έτσι: $\dfrac{dP}{dt} = \Sigma F = -k \cdot x = -125 \cdot (-0{,}4) = 50\ \text{kgr} \cdot \text{m/s}^2 \Rightarrow \dfrac{dP}{dt} = 50\,\text{kgr} \cdot \text{m/s}^2$

$\dfrac{dK}{dt}=\dfrac{dW_{\Sigma F}}{dt}=\dfrac{\Sigma\vec{F}\cdot d\vec{x}}{dt}=\Sigma\vec{F}\cdot\overrightarrow{\upsilon_3}=-k\cdot\vec{x}\cdot\overrightarrow{\upsilon_3}$ επειδή $\vec{x}$ και $\overrightarrow{\upsilon_3}$ συγγραμικά έχουμε: $\dfrac{dK}{dt}=-k\cdot x\cdot\upsilon_3$

Όμως $K_{\tau\alpha\lambda}=8\cdot\upsilon_{\tau\alpha\lambda}\Rightarrow\dfrac{1}{2}\cdot m_3\cdot\upsilon_3^2=8\cdot\dfrac{1}{2}\cdot m_3\cdot\omega^2\cdot x^2\Rightarrow$

$\Rightarrow\upsilon_3^2=8\cdot25\cdot0{,}4^2\Rightarrow\upsilon_3^2=32\Rightarrow|\upsilon_3|=4\sqrt{2}\ m/s$

Άρα $\left|\dfrac{dK}{dt}\right|=k\cdot|x|\cdot|\upsilon_3|=125\cdot0{,}4\cdot4\sqrt{2}=200\sqrt{2}\ J/s$

Δ5. Το Σ_3 περνά από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου $\Delta t=\dfrac{T}{2}$ μετά την κρούση αφού εκτελεί μέχρι τότε την μισή ταλάντωση.

Άρα το Σ_2 θα διανύσει προς τα αριστερά $\Delta x_2=\upsilon_2'\cdot\Delta t=\upsilon_2'\cdot\dfrac{T}{2}=\upsilon_2'\cdot\dfrac{2\pi}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{m_3}{k}}=1\cdot\pi\cdot\sqrt{\dfrac{5}{125}}=0{,}2\pi\ m=0{,}628\ m.$

Επειδή το Σ_3 ξεκίνησε από τη θέση φυσικού μήκους αμέσως μετά την κρούση και κατέληξε στην ίδια θέση μετά από $\Delta t=\dfrac{T}{2}$ η μεταξύ των δύο σωμάτων απόσταση «διαμορφώθηκε» μόνο από την κίνηση του Σ_2.

Άρα $\Delta d=\Delta x_2=0{,}628\,m$