<u>ΦΥΣΙΚΗ</u>

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

2011

<u>ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ</u>

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1–Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{αντ} = -bυ$, όπου b θετική σταθερά και υ η ταχύτητα του ταλαντωτή,

α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης, η περίοδος μειώνεται.
β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.
γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

Α2. Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα $\vec{υ}$, το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $\vec{E}$ και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ είναι. Θα ισχύει:

α. $\vec{E} \perp \vec{B},\ \vec{E} \perp \vec{υ},\ \vec{B} \parallel \vec{υ}$
β. $\vec{E} \perp \vec{B},\ \vec{E} \perp \vec{υ},\ \vec{B} \perp \vec{υ}$
γ. $\vec{E} \parallel \vec{B},\ \vec{E} \perp \vec{υ},\ \vec{B} \perp \vec{υ}$
δ. $\vec{E} \parallel \vec{B},\ \vec{E} \parallel \vec{υ},\ \vec{B} \parallel \vec{υ}$

Μονάδες 5

Α3. Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε:

α. η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
β. το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.
γ. η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
δ. η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

Μονάδες 5

Α4. Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s και μήκους κύματος λ. Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο

α. με συχνότητα μικρότερη της f_s.
β. με συχνότητα ίση με την f_s.
γ. με μήκος κύματος μικρότερο του λ.
δ. με μήκος κύματος ίσο με το λ.

Μονάδες 5

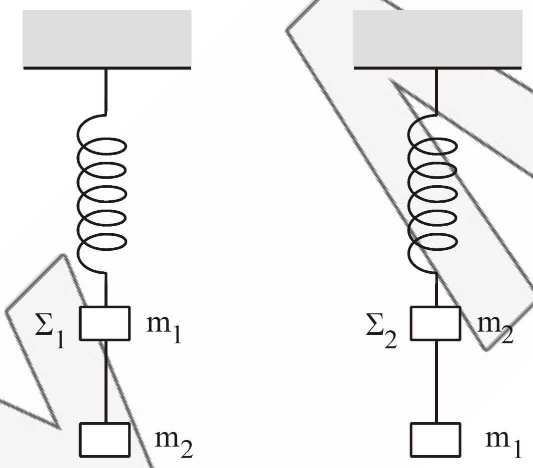
Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά, όσο και στα υγρά και τα αέρια.
β. Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις το φορτίο του πυκνωτή παραμένει σταθερό.
γ. Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ.
δ. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
ε. Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2. Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2, ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2, τότε:

α. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$ **β.** $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^{\,2}}{m_1^{\,2}}$ **γ.** $\frac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Β2. Ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας f. Με μια δεύτερη ηχητική πηγή δημιουργούμε ταυτόχρονα ήχο, τη συχνότητα του οποίου μεταβάλλουμε. Σε αυτήν τη διαδικασία δημιουργούνται διακροτήματα ίδιας συχνότητας για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1, f_2 της δεύτερης πηγής.

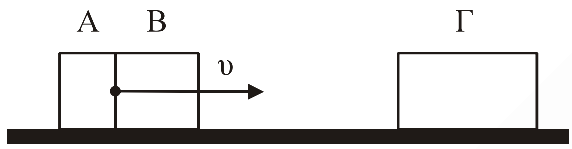
Η τιμή της f είναι:

α. $\frac{f_1 + f_2}{2}$ **β.** $\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$ **γ.** $\frac{f_2 - f_1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Β3. Δύο σώματα, το Α με μάζα m_1 και το Β με μάζα m_2, είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα υ. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα υ/3. Τότε θα ισχύει:

α. $\frac{m_1}{m_2} = 2$ **β.** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ **γ.** $\frac{m_1}{m_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$, που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου Μ, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M = 0{,}2\,ημ\,2π(5t - 10)$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι υ = 2 m/s. Έστω Ο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ και d = 1 m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

Γ1. Την απόσταση $ΜΠ_1$.

Μονάδες 5

Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ.

Μονάδες 6

Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Μονάδες 7

Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο t για $0 \leq t \leq 2{,}5$ s.

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Μονάδες 7

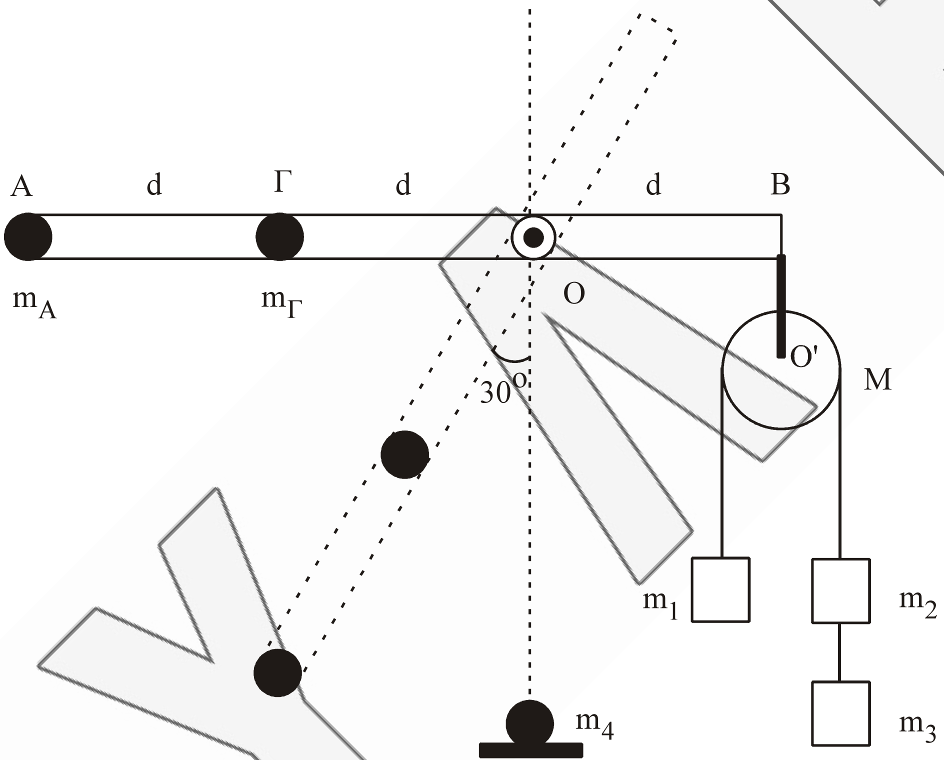
ΘΕΜΑ Δ

Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d = 1 m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα m_A =1 kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_Γ$ = 6 kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας Μ = 4 kg από την οποία κρέμονται οι μάζες m_1 = 2 kg, m_2 = m_3 = 1 kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄.

Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.



Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο.

Μονάδες 7

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα m_4 = 5 kg.

Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Μονάδες 6

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Μονάδες 8

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: g = 10 m/s^2, ημ30° = 1/2, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I = MR^2/2$.

<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>

ΘΕΜΑ Α

Α1. **γ**

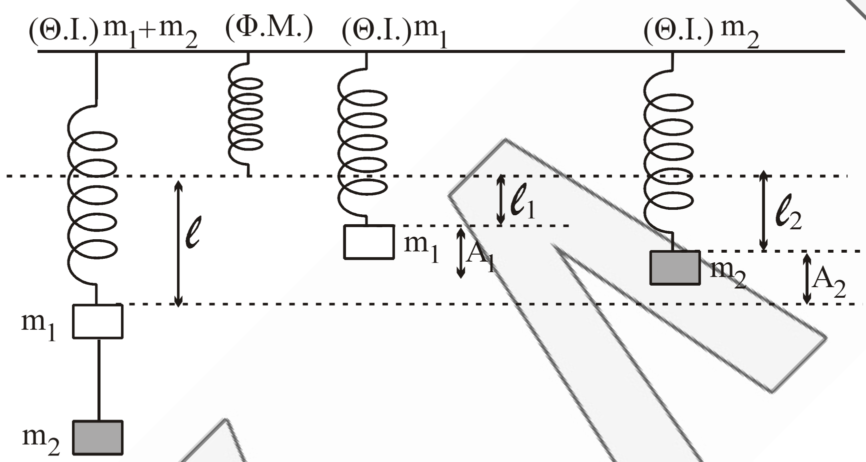
Α2. **β**

Α3. **γ**

Α4. **γ**

Α5. **α: Σ,** **β: Λ,** **γ: Σ,** **δ: Λ,** **ε: Λ**

ΘΕΜΑ Β



Β1. Θ.Ι. (m_1+m_2) : $(m_1+m_2)g = Kl \Rightarrow l = \dfrac{(m_1+m_2)g}{K}$

Θ.Ι. (m_1) : $m_1 g = K l_1 \Rightarrow l_1 = \dfrac{m_1 g}{K}$

$A_1 = l - l_1 = \dfrac{m_2 g}{K}$ Ομοίως για m_2

$$A_2 = l - l_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{K} - \frac{m_2 g}{K} = \frac{m_1 g}{K}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}KA_1^2}{\frac{1}{2}KA_2^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{\frac{m_2^2 g^2}{K^2}}{\frac{m_1^2 g^2}{K^2}} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η β.

Β2.

$$\left.\begin{aligned} f_\delta &= |f - f_1| \\ f_\delta &= |f - f_2| \end{aligned}\right\} \Rightarrow f - f_1 = f - f_2 \Rightarrow f_1 = f_2 \quad \text{(άτοπο)}$$

ή

$$f - f_1 = -(f - f_2) \Rightarrow f - f_1 = f_2 - f \Rightarrow 2f = f_2 + f_1 \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η α.

Β3. Α.Δ.Ο.

$$(m_1+m_2)\upsilon+O=O+(m_2+4m_1)\frac{\upsilon}{3}\Leftrightarrow$$

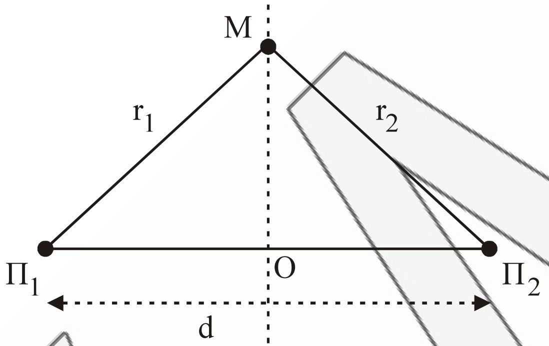
$$m_1\,\upsilon+m_2\,\upsilon=m_2\frac{\upsilon}{3}+4m_1\frac{\upsilon}{3}\Leftrightarrow$$

$$m_1\,\upsilon-\frac{4}{3}m_1\,\upsilon=m_2\frac{\upsilon}{3}-m_2\,\upsilon\Leftrightarrow$$

$$m_1=2m_2\Leftrightarrow\frac{m_1}{m_2}=2$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η α..

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. $y_M=0,2\,\text{ημ}2\pi\left(5t-10\right)$ (1)

$\upsilon=2$ m/s

$\left(\Pi_1\Pi_2\right)=d=1$ m $\qquad r_1=r_2=r$ (Μ σημείο της μεσοκαθέτου)

Η εξίσωση απομάκρυνσης της συμβολής είναι:

$$y=2A\,\text{συν}2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right)\text{ημ}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right).$$

Αντιστοιχίζοντας με την (1), έχω:

$$\frac{t}{T}=5t\Rightarrow\frac{1}{T}=5\Rightarrow T=\frac{1}{5}\text{ sec}.$$

Άρα $f=5$ Hz..

Από τη ταχύτητα διάδοσης κύματος έχω:

$$\upsilon=\lambda f\Rightarrow 2=\lambda\cdot 5\Rightarrow\lambda=\frac{2}{5}\Rightarrow\lambda=0,4\text{ m}.$$

Επίσης ισχύει: $\dfrac{r_1+r_2}{2\lambda}=10\Rightarrow\dfrac{2r}{2\lambda}=10\Rightarrow\dfrac{r}{\lambda}=10\Rightarrow r=10\cdot\lambda=0,4\cdot 10\Rightarrow r=4\text{ m}$.

Άρα $r_1=4$ m.

Γ2. Η φάση Μ είναι:

$$\varphi_{\mathrm{M}} = 2\pi\left(5t - 10\right)$$

$О\Pi_1 = О\Pi_2 = 0{,}5$ m.

$О\Pi_1 + О\Pi_2 = 1$ m.

Άρα η φάση του Ο είναι:

$$\varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{(\mathrm{O\Pi_1} + \mathrm{O\Pi_2})}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{1}{0{,}8}\right) \Rightarrow \varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right)$$

Άρα: $\Delta\varphi = \varphi_o - \varphi_{\mathrm{M}} = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right) - 2\pi\left(5t - 10\right) = 10\pi t - \frac{5\pi}{2} - 10\pi t + 20\pi \Rightarrow$

$$\Delta\varphi = 20\pi - 2{,}5\pi \Rightarrow \Delta\varphi = 17{,}5\pi \text{ rad.}$$

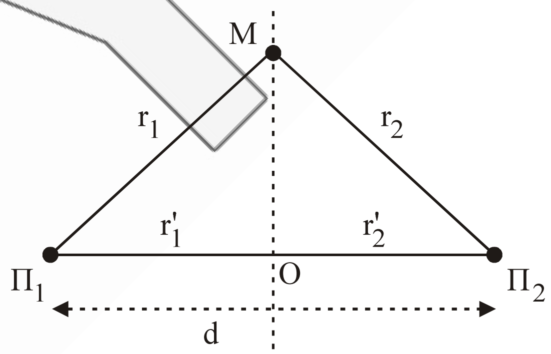
<u>β τρόπος</u>

Οι χρονικές στιγμές άφιξης των δύο κυμάτων στα σημεία Ο, Μ υπολογίζονται ως εξής:

$$\upsilon = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon} \quad \begin{array}{l} \nearrow \; t_0 = \dfrac{r_1}{\upsilon} \Rightarrow t_0 = \dfrac{4}{2} \Rightarrow t_0 = 2\,\text{sec} \\ \searrow \; t_M = \dfrac{r'_1}{\upsilon} \Rightarrow t_M = \dfrac{0{,}5}{2} \Rightarrow t_M = 0{,}25\,\text{sec} \end{array}$$

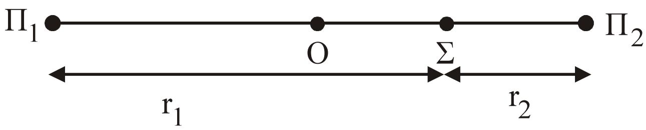
$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot \left(t_0 - t_M\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{0{,}2} \cdot \left(2 - 0{,}25\right) \Rightarrow \Delta\varphi = 17{,}5 \text{ rad}$$



ΠΥΛΗ

Γ3. Έστω Σ σημείο ενισχυτικής συμβολής



Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή θα πρέπει:

$$\left.\begin{aligned} r_1 - r_2 &= N\lambda \\ r_1 + r_2 &= d \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &2r_1 = N\lambda + d \Rightarrow \\ &r_1 = \frac{N\lambda}{2} + \frac{d}{2} \Rightarrow r_1 = 0,2N + 0,5 \end{aligned}$$

όμως $0 < r_1 < 1 \Rightarrow 0 < 0,2N + 0,5 < 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow -0,5 < 0,2N < 0,5 \Rightarrow -2,5 < N < 2,5$

άρα το N μπορεί να πάρει τις ακέραιες τιμές

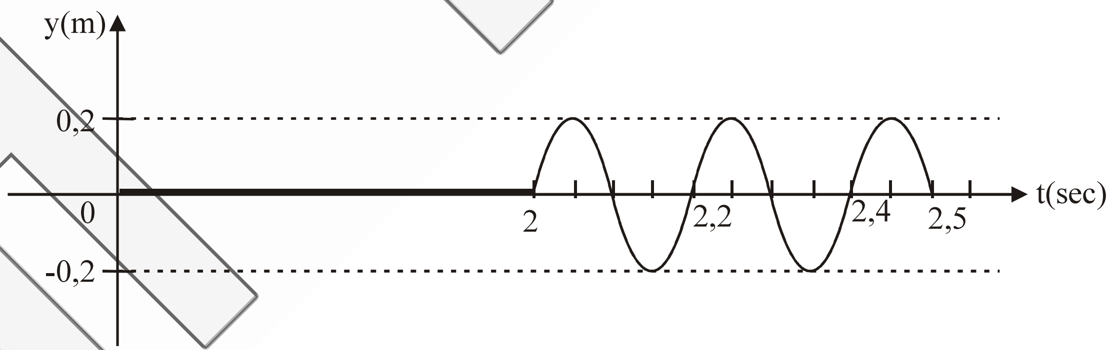
N: −2, −1, 0, 1, 2.
Έχω πέντε σημεία ενισχυτικής συμβολής.

Γ4. Τα κύματα από τις πηγές Π_1, Π_2 φτάνουν στο Μ σε χρόνο:

$t = \dfrac{r}{\upsilon} = \dfrac{4}{2} = 2\ \text{sec}$.

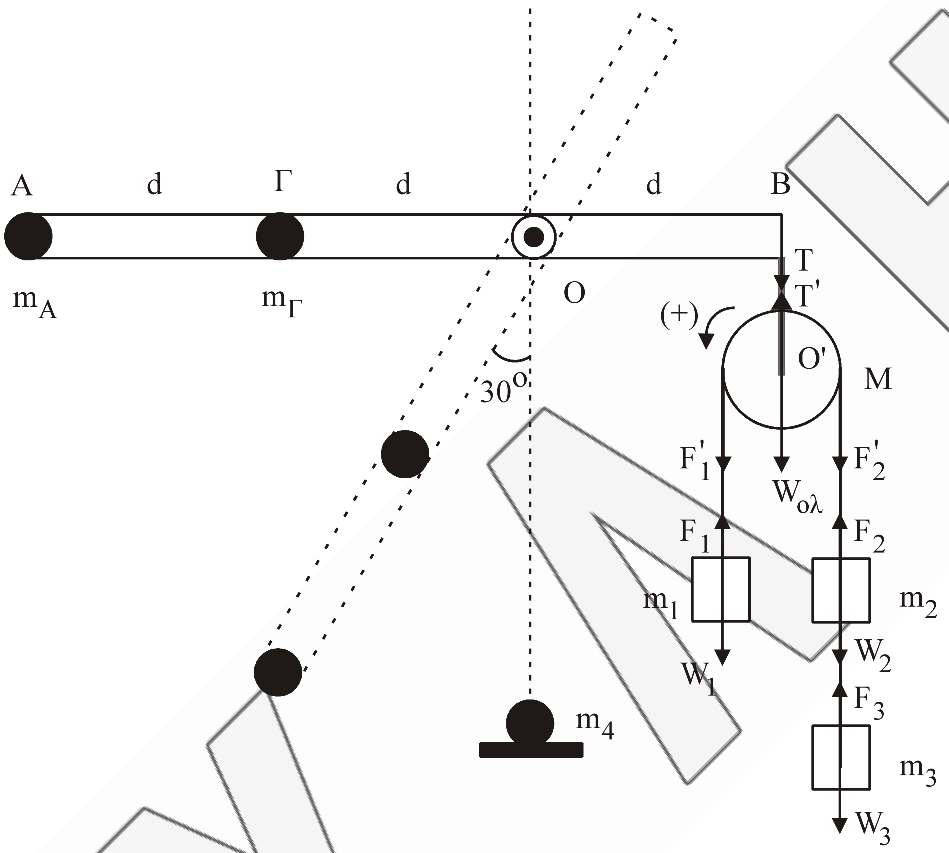
Για την περίοδο έχουμε:
$T = 0,2$ sec
άρα ο αριθμός ταλαντώσεων:

$N = \dfrac{2,5 - 2}{0,2} \Leftrightarrow N = \dfrac{0,5}{0,2} \Leftrightarrow N = 2,5$ ταλαντώσεις.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο σημείο Β ασκείται δύναμη τάσης Τ ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος τροχαλίας – m_1, m_2, m_3 αφού το σύστημα ισορροπεί.



$L = 3d \Rightarrow L = 3m$
$m_A = 1\,Kg \qquad m_1 = 2\,Kg$
$m_Γ = 6\,Kg \qquad m_2 = m_3 = 1\,Kg$
$M = 4\,Kg$

Στην οριζόντια θέση ισχύει:

$$\Sigma_\tau = m_A \cdot g \cdot 2d + m_Γ \cdot g \cdot d - \left(M + m_1 + 2m_2\right) \cdot g \cdot d$$

$$\Sigma_\tau = 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 80 \cdot 1$$

$$\Sigma_\tau = 80 - 80 \Rightarrow \Sigma_\tau = 0$$

Άρα η ράβδος δεν περιστρέφεται και ισορροπεί.

Πιο αναλυτική λύση:

Στην τροχαλία έχουμε:

$F_1 = w_1$

$F_1' = F_1$ (αβαρή σχοινιά)

$F_3 = w_3$

$F_2 = w_2 + w_3$

$F_2 = F_2'$ (αβαρή σχοινιά)

Άρα: $\tau_{F_1'} = \tau_{w_1}$ και $\tau_{F_2'} = \tau_{w_{2,3}}$

Για την τροχαλία ισχύει:

$$\Sigma_{\tau_{(O')}} = \tau_{F_1'} - \tau_{F_2'} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O')}} = \tau_{w_1} - \tau_{w_{2,3}} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O')}} = m_1 gR - (m_2 + m_3)gR \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma_{\tau_{(O')}} = m_1 gR - 2m_2 gR \\ \text{Όμως } m_1 = 2m_2\end{array}\right\} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O')}} = m_1 gR - m_1 gR \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O')}} = 0.$$

Άρα η τροχαλία ισορροπεί.

Στην οριζόντια θέση ισχύει:

$$\Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = \tau_{w_A} + \tau_{w_\Gamma} - (\tau_{w_1} + \tau_{w_{2,3}} + \tau_{w_{τροχ.}}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = m_A g2d + m_\Gamma gd - \big(m_1 g(d-R) + (m_2 + m_3)g(d+R) + Mgd\big) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = m_A g2d + m_\Gamma gd - \big(m_1 gd - m_1 gR + 2m_2 gd + 2m_2 gR + Mgd\big)$$

Όμως $m_1 = 2m_2$, οπότε:

$$\Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = m_A g2d + m_\Gamma gd - \big(m_1 gd - m_1 gR + 2m_2 gd + m_1 gR + Mgd\big) =$$

$$= m_A g2d + m_\Gamma gd - m_1 gd - 2m_2 gd - Mgd \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 4 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = 0.$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση:

$$\Sigma_\tau = \mathrm{I}_{Ολ.} \alpha_{γων.} \Rightarrow \tau_{W_A} + \tau_{W_\Gamma} = \mathrm{I}_{Ολ.} \alpha_{γων.} \Rightarrow m_A g \cdot ημ30 \cdot 2d + m_\Gamma g \cdot ημ30 \cdot d =$$

$$= \left[m_A \cdot (2d)^2 + m_\Gamma \cdot d^2 \right] \alpha_{γων.} \Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = [1 \cdot 4 + 6 \cdot 1] \alpha_{γων.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 + 30 = 10 \cdot \alpha_{γων.} \Rightarrow 40 = 10 \cdot \alpha_{γων.} \Rightarrow \alpha_{γων.} = 4 \text{ rad/sec}^2.$$

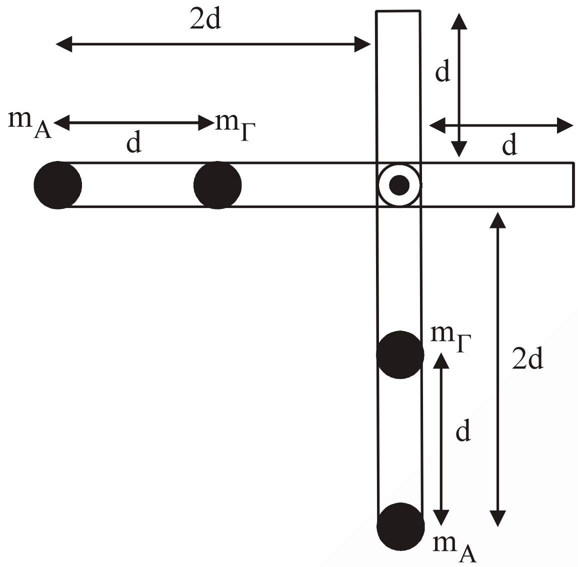
Δ3. Αρχικά εφαρμόζω Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα ράβδου $-m_A - m_\Gamma$ ανάμεσα στην οριζόντια θέση και στην κατακόρυφη:

$$K_{αρχ.} + U_{Ολ.αρχ.} = K_{τελ.} + U_{Ολ.τελ.} \Rightarrow m_A \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot 2d = \frac{1}{2}\mathrm{I}_{ολ.} \cdot \omega^2 + m_\Gamma \cdot g \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \omega^2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow 20 + 60 = 5 \cdot \omega^2 \Rightarrow 80 = 5 \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/sec}.$$

Σημείωση: Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας παίρνουμε την κατώτερη θέση του m_A (κατακόρυφη).



Στη συνέχεια εφαρμόζουμε Αρχή διατήρησης στροφορμής για το σύστημα ράβδου – m_A – $m_Γ$ – m_4

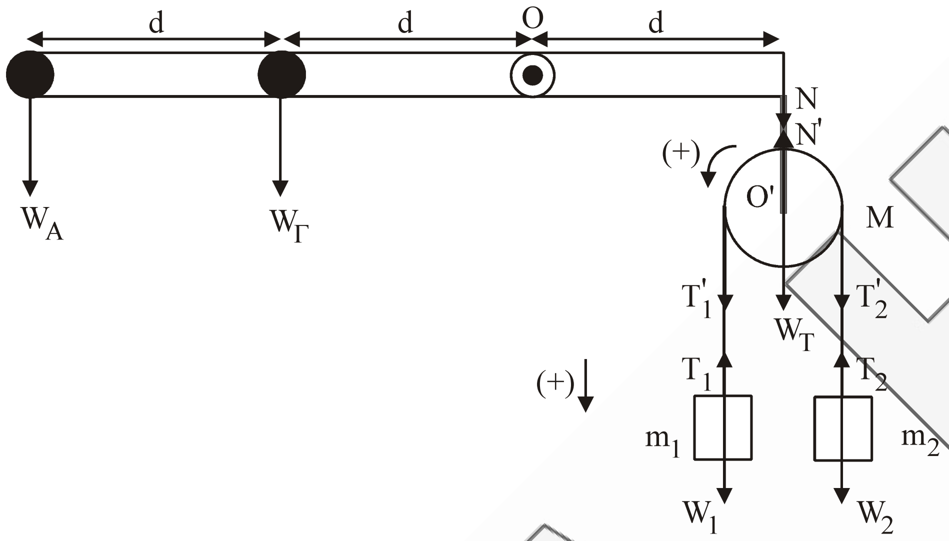
$$L_{ολ_{αρχ}} = L_{ολ_{τελ}} \Rightarrow I_{ολ} \cdot ω = I'_{ολ} \cdot ω' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{ολ} \cdot ω = \left[I_{ολ} + m_4 (2d)^2\right] ω' \Rightarrow$$

$$10 \cdot 4 = [10 + 5 \cdot 4]ω' \Rightarrow 40 = 30\,ω' \Rightarrow ω' = \frac{4}{3} \text{ rad/sec}$$

Άρα $U_A = ω' \cdot (2d) \Rightarrow U_A = \frac{4}{3} \cdot 2 \Rightarrow U_A = \frac{8}{3}$ m/sec.

Δ4.



m_1 : $\Sigma F = m_1\alpha_{cm} \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1\alpha_{cm} \Rightarrow T_1 = m_1 g - m_1\alpha_{cm}$ (1).

m_2 : $\Sigma F = m_2\alpha_{cm} \Rightarrow T_2 - m_2 g = m_2\alpha_{cm} \Rightarrow T_2 = m_2 g + m_2\alpha_{cm}$ (2)

Τροχαλία:

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_{τροχ.} \cdot \alpha_{γων.} \Rightarrow T'_1 \cdot R - T'_2 \cdot R = \frac{1}{2}M \cdot R^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow (T_1 = T'_1, T_2 = T'_2 \text{ αβαρή σχοινιά})$$

$$\Rightarrow T_1 \cdot R - T_2 \cdot R = \frac{1}{2}M \cdot R \cdot a_{cm} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2}M \cdot a_{cm} \text{ (3)} \Rightarrow$$

Αντικαθιστώντας (1) και (2) στην (3) $\Rightarrow$

$$m_1 \cdot g - m_1 \cdot α_{cm} - m_2 \cdot g - m_2 \cdot α_{cm} = \frac{1}{2}M \cdot α_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 - m_2)g = \left(\frac{1}{2}M + m_1 + m_2\right)α_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow α_{cm} = \frac{(m_1 - m_2)g}{\frac{1}{2}M + m_1 + m_2} \Rightarrow α_{cm} = \frac{(2-1)10}{\frac{1}{2}4 + 2 + 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow α_{cm} = \frac{10}{5} \Rightarrow α_{cm} = 2 \text{ m/sec}^2 .$$

άρα η (1) $\Rightarrow T_1 = 2 \cdot 10 - 2 \cdot 2 \Rightarrow T_1 = 16$ N .

και η (2) $\Rightarrow T_2 = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 2 \Leftrightarrow T_2 = 12$ N.

Επειδή η τροχαλία είναι ακίνητη μεταφορικά έχω:

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$
$N' - T_1' - T_2' - W_T = 0 \Leftrightarrow$
$N' = T_1 + T_2 + W_T \Leftrightarrow$
$N' = 16 + 12 + 4 \cdot 10 \Leftrightarrow$
$N' = 68$ N όμως $N = N' = 68$ N.

Για να ισορροπεί το σύστημα ράβδος – m_A – m_Γ πρέπει:

$\Sigma\tau_{(0)} = 0 \Leftrightarrow$
$\tau_w + \tau_{w_\Gamma} - \tau_N = 0 \Leftrightarrow$
$m \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot d - N \cdot d = 0 \Leftrightarrow$
$m \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 - 68 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow$
$m = \dfrac{8}{20} \Leftrightarrow m = 0{,}4$ Kg.

ΠΥΛΗ