

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΠΑ.Λ. Α' & Β'

24 ΜΑΪΟΥ 2012

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία, σελ. 81 Σχολ. βιβλίου.

A2. α) Σ, β) Σ, γ) Λ, δ) Σ, ε) Σ.

A3. α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \ln \beta - \ln \alpha$, β) $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$, γ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$.

ΘΕΜΑ Β

B1. Το πλήθος των μαθητών είναι 25, άρα $6 + 5 + 4 + \kappa + 2\kappa + 1 = 25 \Leftrightarrow \kappa = 3$.

B2.

Ημερήσιες ώρες x_i	Μαθητές v_i	Αθροιστική Συχνότητα v_i	Σχετική Συχνότητα % $f_i\%$	$x_i v_i$
1	6	6	24%	6
2	5	11	20%	10
3	4	15	16%	12
4	3	18	12%	12
5	7	25	28%	35
Σύνολο	$v = 25$		100	75

B3. Μέση τιμή: Από τον προηγούμενο πίνακα προκύπτει ότι:

$$\bar{x} = \frac{6+10+12+12+35}{25} = \frac{75}{25} = 3 \text{ ώρες.}$$

Η διάμεσος δ ισούται με τη μεσαία παρατήρηση x_{13} , η οποία από τη στήλη της αθροιστικής συχνότητας του προηγούμενου πίνακα προκύπτει 3.

Είναι δηλαδή $\delta = x_{13} = 3$ ώρες.

B4. Το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν 3 ώρες τουλάχιστον ημερησίως, από τον

πίνακα προκύπτει $\frac{4+3+7}{25} = \frac{14}{25} = 56\%$.

ΘΕΜΑ Γ

G1. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\alpha x^2 + \beta x) = \alpha + \beta$.

G2. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x+3}+2) = 4$.

- Γ3.** Η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$, όταν $\alpha + \beta = 4$ (1).
 Η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$ όταν
 $f(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha(-1)^2 + \beta(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha - \beta = 2$ (2).
 Από (1), (2) προκύπτει $\alpha = 3, \beta = 1$.

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1.** Για την παράγουσα F της f έχουμε : $F(x) = x^3 - x^2 - x + c$. Επειδή $F(0) = 1$ έπεται $c = 1$ οπότε $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$.

- Δ2.** Είναι $F'(x) = 3x^2 - 2x + 1 = 3(x - 1)(x + \frac{1}{3})$. Προκύπτει έτσι ο επόμενος πίνακας μεταβολής:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$F'(x)$	+	0	-	0	+
$F(x)$	↗		↘		↗
		τ.max	τ.min		

Από τον πίνακα αυτό προκύπτει ότι η F είναι γνησίως αύξουσα σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, -\frac{1}{3}]$, $[1, +\infty)$, γνησίως φθίνουσα στο $[-\frac{1}{3}, 1]$. και παρουσιάζει τοπικό μέγιστο $F(-\frac{1}{3}) = \frac{32}{27}$ και τοπικό ελάχιστο $F(1) = 0$.

- Δ3.** Επειδή η F είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$ και $2011, 2012 \in [1, +\infty)$ με $2011 < 2012$ προκύπτει ότι $F(2011) < F(2012)$.
- Δ4.** Είναι $E(\Omega) = -\int_0^1 (3x^2 - 2x - 1) dx = -[x^3]_0^1 + [x^2]_0^1 + [x]_0^1 = -1 + 1 + 1 = 1$ τ.μ.