<u>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ</u>
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
20 ΜΑΪΟΥ 2016
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν Α και Α' είναι δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι για τις πιθανότητές τους ισχύει:

$$P(A') = 1 - P(A).$$

Μονάδες 7

Α2. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος ν παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

Α3. Έστω f μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το Α. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 4

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν Α και Β είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $A \subseteq B$, τότε για τις πιθανότητές τους ισχύει $P(A) \leq P(B)$.

β) Ο σταθμισμένος αριθμητικός μέσος ή σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

γ) Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες, τότε ισχύει ότι:

$$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x)\, g(x) + f(x)\, g'(x).$$

δ) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

ε) Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1,\ x\in\mathbb{R}$.

Β1. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f.

Μονάδες 9

Β2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(0, f(0))$.

Μονάδες 8

Β3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to -1}\frac{f'(x)-12}{x+1}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Μεταξύ των οικογενειών με τρία παιδιά επιλέγουμε τυχαία μία οικογένεια και εξετάζουμε τα παιδιά της ως προς το φύλο και ως προς τη σειρά γέννησής τους.

Γ1. Να προσδιορίσετε το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος χρησιμοποιώντας ένα δενδροδιάγραμμα.

Μονάδες 4

Γ2. Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

Α: «το πρώτο παιδί είναι κορίτσι»
Β: «ο αριθμός των κοριτσιών υπερβαίνει τον αριθμό των αγοριών»
Γ: «τα δύο πρώτα παιδιά είναι του ίδιου φύλου».

Μονάδες 6

Γ3. Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$$\Delta = A\cap B,\quad E = A\cup B,\quad Z=\Gamma - E.$$

(μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

Η: «δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α, Β»
Θ: «πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα Α, Β».

(μονάδες 6)

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Δ

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν ν υπολογιστές για να τρέξουν ένα πρόγραμμα, έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 ισοπλατείς κλάσεις πλάτους c, όπως στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική Τιμή x_i	Συχνότητα ν_i
[8 ,)		20
[,)	14	15
[,)		10
[,)		ν_4
ΣΥΝΟΛΟ		$\nu =$ ……..

Δ1. Να αποδείξετε ότι $c = 4$.

Μονάδες 4

Δ2. Αν η μέση τιμή των χρόνων είναι $\bar{x} = 14$, να αποδείξετε ότι $\nu_4 = 5$ (μονάδες 4) και στη συνέχεια να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα κατάλληλα συμπληρωμένο (μονάδες 2).

Μονάδες 6

Δ3. Αν οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε κάθε κλάση, να βρείτε πόσοι υπολογιστές χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά για να τρέξουν το πρόγραμμα.

Μονάδες 5

Δ4. Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση των χρόνων είναι $s = 4$ και να εξετάσετε αν το δείγμα των χρόνων είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

Δ5. Αντικαθιστούμε τον επεξεργαστή κάθε υπολογιστή με έναν ταχύτερο και βρίσκουμε ότι κάθε υπολογιστής τρέχει τώρα το πρόγραμμα στο 80% του χρόνου που χρειαζόταν πριν. Να εξετάσετε ως προς την ομοιογένεια το καινούργιο δείγμα χρόνων.

Μονάδες 4

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
20 ΜΑΪΟΥ 2016
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 150.

Α2. Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 87.

Α3. Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 14.

Α4. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Σ, ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$$f'(x)=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1\right)'=3\cdot\frac{1}{3}\cdot x^2-\frac{5}{2}\cdot 2x+6=x^2-5x+6.$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-5x+6=0\Leftrightarrow (x-2)\cdot\left(x-3\right)=0\Leftrightarrow x=2 \;\text{ ή }\; x=3.$$

Προκύπτει ο επόμενος πίνακας μεταβολών.

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f′		+	0	-	0	+	
f		↗	max f(2)= $\frac{11}{3}$	↘	min f(3)= $\frac{7}{2}$	↗	

Άρα η f παρουσιάζει:

α) στη θέση $x_1=2$ τοπικό μέγιστο $f\left(2\right)=\dfrac{11}{3}$.

β) στη θέση $x_2=3$ τοπικό ελάχιστο $f\left(3\right)=\dfrac{7}{2}$.

Β2. α’ τρόπος) Η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο Α(0, f(0)) είναι:
$y-f(0)=f'(0)\cdot(x-0)$.
Όμως $f(0)=-1$ και $f'(0)=6$.
Έτσι η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο Α είναι:
$y+1=6(x-0)\Leftrightarrow y=6x-1$.

β’ τρόπος) Η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $A(0, f(0))$ είναι της μορφής:

$$y = \lambda x + \beta \text{, όπου } \lambda = f'(0).$$

Επειδή $f'(0) = 6$ η εξίσωση γράφεται $y = 6x + \beta$.

Επειδή $f(0) = -1$ το σημείο Α έχει συντεταγμένες (0, -1) και επειδή επαληθεύει την $y = 6x + \beta$ έχουμε: $-1 = 6 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = -1$.

Έτσι προκύπτει τελικά ότι η ζητούμενη εξίσωση της εφαπτομένης είναι: $y = 6x - 1$.

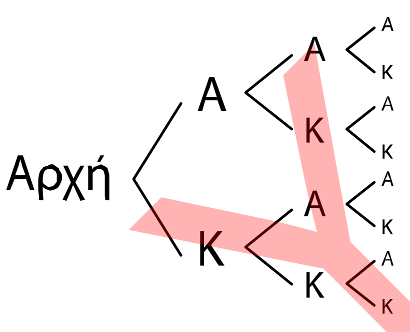
Β3. Είναι

$$\lim_{x \to -1} \frac{f'(x) - 12}{x + 1} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} =$$

$$= \lim_{x \to -1} \frac{(x-6)(x+1)}{(x+1)} = \lim_{x \to -1} (x - 6) = -7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το ζητούμενο δεντροδιάγραμμα είναι:



Έτσι ο δειγματικός χώρος είναι:
Ω = {ΑΑΑ, ΑΑΚ, ΑΚΑ, ΑΚΚ, ΚΑΑ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}

Γ2. Α = {ΚΑΑ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}
Β = {ΑΚΚ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}
Γ = {ΑΑΑ, ΑΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}

Γ3. **α)** $\Delta = A \cap B = \{\text{ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}\}$

$E = A \cup B = \{\text{ΚΑΑ, ΑΚΚ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}\}$

$Z = \Gamma - E = \{\text{ΑΑΑ, ΑΑΚ}\}$.

Οι αντίστοιχες πιθανότητες είναι:

$$P(\Delta) = \frac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}, \quad P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}, \quad P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

β) $P(H) = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

$$P(\Theta)=P\left[(A-B)\cup(B-A)\right]=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)=$$
$$=\frac{4}{8}+\frac{4}{8}-2\cdot\frac{3}{8}=1-\frac{6}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Χρόνος (σε λεπτά)	**Κεντρική Τιμή** x_i	**Συχνότητα** ν_i
$[8,8+c)=[8,\ 12)$	$x_1=10$	$\nu_1=20$
$[8+c,\ 8+2c)=[12,\ 16)$	$x_2=14$	$\nu_2=15$
$[8+2c,\ 8+3c)=[16,\ 20)$	$x_3=18$	$\nu_3=10$
$[8+3c,\ 8+4c)=[20,\ 24)$	$x_4=22$	$\nu_4=5$
ΣΥΝΟΛΟ		$\nu=50$

Ο προσδιορισμός του c προκύπτει από το δεδομένο $x_2=14$.

$$x_2=14\Leftrightarrow\frac{(8+c)+(8+2c)}{2}=14\Leftrightarrow\frac{16+3c}{2}=14\Leftrightarrow c=4$$

Δ2. Αφού $c=4$ προκύπτει ότι $x_1=\dfrac{8+12}{2}=10$,

$x_3=\dfrac{16+20}{2}=18$, $\qquad x_4=\dfrac{20+24}{2}=22$.

Δίνεται ότι η μέση τιμή είναι 14, άρα:

$$\bar{x}=14\Leftrightarrow\frac{1}{\nu}\cdot(\nu_1x_1+\nu_2x_2+\nu_3x_3+\nu_4x_4)=14\Leftrightarrow\frac{1}{\nu}\cdot(20\cdot10+15\cdot14+10\cdot18+\nu_4\cdot22)=14\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 200+210+180+22\cdot\nu_4=14\cdot(20+15+10+\nu_4)\Leftrightarrow 590+22\cdot\nu_4=14\cdot(45+\nu_4)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 590+22\cdot\nu_4=630+14\cdot\nu_4\Leftrightarrow 8\cdot\nu_4=40\Leftrightarrow\nu_4=5$$

Δ3. Το πλήθος των υπολογιστών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά ισούται με το συνολικό τους πλήθος μείον το πλήθος των υπολογιστών που χρειάστηκαν εως 9 λεπτά.

Εώς 9 λεπτά χρειάστηκαν $\dfrac{1}{4}\cdot20=5$ υπολογιστές.

Έτσι το ζητούμενο πλήθος είναι 45.

Δ4. Για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης, θα χρησιμοποιήσουμε τον επόμενο πίνακα:

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$x_i^2 \cdot v_i$
10	20	200	2000
14	15	210	2940
18	10	180	3240
22	5	110	2420
Σύνολο	50	700	10600

$$S^2 = \frac{1}{v}\left\{\Sigma x_i^2 v_i - \frac{(\Sigma x_i v_i)^2}{v}\right\} = \frac{1}{50}\cdot\left[10.600 - \frac{700^2}{50}\right] =$$

$$\frac{1}{50}\cdot\left(10.600 - \frac{490.000}{50}\right) = \frac{1}{50}\cdot(10.600 - 9.800) =$$

$\frac{1}{50}\cdot 800 = 16$. Άρα τελικά $s = 4$.

Ο συντελεστής μεταβολής είναι:

CV=$\frac{s}{\overline{x}} = \frac{4}{14} \simeq 0,28 > 0,1$. Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Δ5. Είναι $y_i = \frac{80}{100}\cdot x_1 = 0,8\cdot x_1$, όπου y_i οι αντίστοιχες τιμές των επιδόσεων των νέων υπολογιστών.

Από σχετική εφαρμογή του σχολικού βιβλίου, ισχύει ότι:

$\overline{y} = 0,8\cdot\overline{x}$ και $S_y = 0,8\cdot S_x$.

Επομένως $cv_y = \frac{S_y}{\overline{y}} = \frac{0,8\cdot S_x}{0,8\cdot\overline{x}} = \frac{S_x}{\overline{x}} = cv_x$

Άρα το καινούργιο δείγμα χρόνων δεν είναι ομοιογενές, όπως και το προηγούμενο.

<u>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ</u>
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
20 ΜΑΪΟΥ 2016
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 150.

Α2. Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 87.

Α3. Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 14.

Α4. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Σ, ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνιμική με

$$f'(x)=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1\right)'=3\cdot\frac{1}{3}\cdot x^2-\frac{5}{2}\cdot 2x+6=x^2-5x+6\,.$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-5x+6=0\Leftrightarrow (x-2)\cdot(x-3)=0\Leftrightarrow x=2\ \text{ ή }\ x=3\,.$$

Προκύπτει ο επόμενος πίνακας μεταβολών.

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f΄		+	0	-	0	+	
f		↗		↘		↗	
			max		min		
			$f(2)=\frac{11}{3}$		$f(3)=\frac{7}{2}$		

Άρα η f παρουσιάζει:

α) στη θέση $x_1=2$ τοπικό μέγιστο $f(2)=\dfrac{11}{3}$.

β) στη θέση $x_2=3$ τοπικό ελάχιστο $f(3)=\dfrac{7}{2}$.

Β2. α' τρόπος) Η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο Α(0, f(0)) είναι:
$y-f(0)=f'(0)\cdot(x-0)$.
Όμως $f(0)=-1$ και $f'(0)=6$.
Έτσι η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο Α είναι:
$y+1=6(x-0)\Leftrightarrow y=6x-1$.

β’ τρόπος) Η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $A(0, f(0))$ είναι της μορφής:

$$y = \lambda x + \beta \text{, όπου } \lambda = f'(0).$$

Επειδή $f'(0) = 6$ η εξίσωση γράφεται $y = 6x + \beta$.

Επειδή $f(0) = -1$ το σημείο Α έχει συντεταγμένες (0, -1) και επειδή επαληθεύει την $y = 6x + \beta$ έχουμε: $-1 = 6 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = -1$.

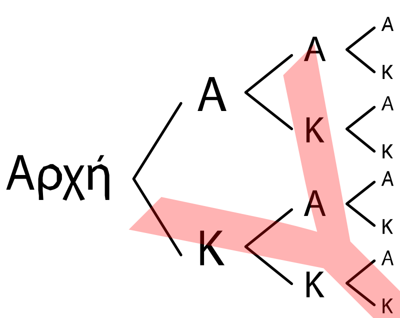
Έτσι προκύπτει τελικά ότι η ζητούμενη εξίσωση της εφαπτομένης είναι: $y = 6x - 1$.

Β3. Είναι

$$\lim_{x \to -1} \frac{f'(x) - 12}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x+1} =$$
$$= \lim_{x \to -1} \frac{(x-6)(x+1)}{(x+1)} = \lim_{x \to -1}(x-6) = -7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το ζητούμενο δεντροδιάγραμμα είναι:



Έτσι ο δειγματικός χώρος είναι:
Ω = {ΑΑΑ, ΑΑΚ, ΑΚΑ, ΑΚΚ, ΚΑΑ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}

Γ2. Α = {ΚΑΑ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}
Β = {ΑΚΚ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}
Γ = {ΑΑΑ, ΑΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}

Γ3. **α)** $\Delta = A \cap B = \{\text{ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}\}$

$E = A \cup B = \{\text{ΚΑΑ, ΑΚΚ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ}\}$

$Z = \Gamma - E = \{\text{ΑΑΑ, ΑΑΚ}\}$.

Οι αντίστοιχες πιθανότητες είναι:

$$P(\Delta) = \frac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}, \quad P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}, \quad P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

β) $P(H) = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

$$P(\Theta)=P\left[(A-B)\cup(B-A)\right]=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)=$$
$$=\frac{4}{8}+\frac{4}{8}-2\cdot\frac{3}{8}=1-\frac{6}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Χρόνος (σε λεπτά)	**Κεντρική Τιμή** x_i	**Συχνότητα** ν_i
$[8, 8+c)=[8,\ 12)$	$x_1=10$	$\nu_1=20$
$[8+c,\ 8+2c)=[12,\ 16)$	$x_2=14$	$\nu_2=15$
$[8+2c,\ 8+3c)=[16,\ 20)$	$x_3=18$	$\nu_3=10$
$[8+3c,\ 8+4c)=[20,\ 24)$	$x_4=22$	$\nu_4=5$
ΣΥΝΟΛΟ		$\nu=50$

Ο προσδιορισμός του c προκύπτει από το δεδομένο $x_2=14$.

$$x_2=14\Leftrightarrow\frac{(8+c)+(8+2c)}{2}=14\Leftrightarrow\frac{16+3c}{2}=14\Leftrightarrow c=4$$

Δ2. Αφού $c=4$ προκύπτει ότι $x_1=\dfrac{8+12}{2}=10$,

$$x_3=\frac{16+20}{2}=18,\qquad x_4=\frac{20+24}{2}=22.$$

Δίνεται ότι η μέση τιμή είναι 14, άρα:

$$\bar{x}=14\Leftrightarrow\frac{1}{\nu}\cdot(\nu_1x_1+\nu_2x_2+\nu_3x_3+\nu_4x_4)=14\Leftrightarrow\frac{1}{\nu}\cdot(20\cdot10+15\cdot14+10\cdot18+\nu_4\cdot22)=14\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 200+210+180+22\cdot\nu_4=14\cdot(20+15+10+\nu_4)\Leftrightarrow 590+22\cdot\nu_4=14\cdot(45+\nu_4)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 590+22\cdot\nu_4=630+14\cdot\nu_4\Leftrightarrow 8\cdot\nu_4=40\Leftrightarrow\nu_4=5$$

Δ3. Το πλήθος των υπολογιστών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά ισούται με το συνολικό τους πλήθος μείον το πλήθος των υπολογιστών που χρειάστηκαν εως 9 λεπτά.

Εώς 9 λεπτά χρειάστηκαν $\dfrac{1}{4}\cdot 20=5$ υπολογιστές.

Έτσι το ζητούμενο πλήθος είναι 45.

Δ4. Για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης, θα χρησιμοποιήσουμε τον επόμενο πίνακα:

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$x_i^2 \cdot v_i$
10	20	200	2000
14	15	210	2940
18	10	180	3240
22	5	110	2420
Σύνολο	50	700	10600

$$S^2 = \frac{1}{v}\left\{\Sigma x_i^2 v_i - \frac{(\Sigma x_i v_i)^2}{v}\right\} = \frac{1}{50}\cdot\left[10.600 - \frac{700^2}{50}\right] =$$

$$\frac{1}{50}\cdot\left(10.600 - \frac{490.000}{50}\right) = \frac{1}{50}\cdot(10.600 - 9.800) =$$

$\frac{1}{50}\cdot 800 = 16$. Άρα τελικά $s = 4$.

Ο συντελεστής μεταβολής είναι:

CV=$\frac{s}{\bar{x}} = \frac{4}{14} \simeq 0,28 > 0,1$. Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Δ5. Είναι $y_i = \frac{80}{100}\cdot x_1 = 0,8 \cdot x_1$, όπου y_i οι αντίστοιχες τιμές των επιδόσεων των νέων υπολογιστών.

Από σχετική εφαρμογή του σχολικού βιβλίου, ισχύει ότι:

$\bar{y} = 0,8 \cdot \bar{x}$ και $S_y = 0,8 \cdot S_x$.

Επομένως $cv_y = \frac{S_y}{\bar{y}} = \frac{0,8 \cdot S_x}{0,8 \cdot \bar{x}} = \frac{S_x}{\bar{x}} = cv_x$

Άρα το καινούργιο δείγμα χρόνων δεν είναι ομοιογενές, όπως και το προηγούμενο.