

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Μηχανικές Ταλαντώσεις

Φάση ταλάντωσης $\varphi = \omega t + \phi_0$ και $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

Απομάκρυνση $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$

Ταχύτητα $u = u_0 \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0)$ με $u_0 = \omega \cdot A$

Επιτάχυνση $a = -\alpha_0 \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$ με $\alpha_0 = \omega^2 \cdot A$

Δύναμη $F = -F_0 \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$ με $F_0 = m \cdot \alpha_0 = D \cdot A$ Όπου F ταλάντωσης είναι η ΣF των δυνάμεων στο σώμα

Σε κάθε θέση ισχύει: $\alpha = -\omega^2 \cdot x$ και $F = -D \cdot x$ Σταθερά επαναφοράς: $D = m \cdot \omega^2$ Για ταλαντώσεις ελατηρίων $D=K$

Περίοδος $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ ή $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Ενέργειες στην Ταλάντωση

Δυναμική ενέργεια $U = \frac{1}{2} D \cdot x^2$ Κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2} m \cdot u^2$ Ολική ενέργεια $U_{ολ} = K + U = K_0 = U_0$

Ενέργειες συναρτήσει χρόνου $U = U_0 \cdot \eta\mu^2(\omega t)$, $K = K_0 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(\omega t)$

Ρυθμός Μεταβολής Κινητικής ενέργειας $\frac{\Delta K}{\Delta t} = F \cdot u = -D \cdot x \cdot u$ Ρυθμός Μεταβολής Δυναμικής ενέργειας $\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{\Delta K}{\Delta t}$

ΕΛΑΤΗΡΙΑ

Δύναμη Ελατηρίου $F_{ελ} = -K \cdot \Delta l$ Δυναμική ενέργεια Ελατηρίου $U_{ελ} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta l^2$ Ρυθ.Μεταβολής Δυναμικής ενέργειας ελατηρίου $\frac{\Delta U_{ελ}}{\Delta t} = F_{ελ} \cdot u$

Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις

Εξίσωση φορτίου $q = Q \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0)$ Εξίσωση ρεύματος $i = -I \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$ με $I = Q \cdot \omega$

Εξίσωση τάσης στα άκρα του πυκνωτή $V = \frac{q}{C} = V_0 \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t)$ με $V_0 = \frac{Q}{C}$ Περίοδος $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$ ή $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Ενέργειες στην Ηλεκτρική Ταλάντωση

Ενέργεια Ηλεκτρικού πεδίου $U_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$ Ενέργεια Μαγνητικού πεδίου $U_B = \frac{1}{2} L \cdot i^2$ Ολική ενέργεια $U_{ολ} = U_E + U_B = U_{E0} = U_{B0}$

Ενέργειες συναρτήσει χρόνου $U_B = U_{B0} \cdot \eta\mu^2(\omega t)$, $U_E = U_{E0} \cdot \sigma\upsilon\nu^2(\omega t)$ Ρυθμός Μεταβολής Φορτίου $\frac{\Delta q}{\Delta t} = i$

Ρυθμός Μεταβολής Τάσης Πυκνωτή $\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{i}{C}$ Ρυθμός Μεταβολής Ενέργειας Η.Π $\frac{\Delta U_E}{\Delta t} = V_C \cdot i$ Ρυθμός Μεταβολής Ενέργειας Μ.Π $\frac{\Delta U_B}{\Delta t} = -V_C \cdot i$

Σύνθεση Ταλαντώσεων

Ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας

Αν $x_1 = A_1 \cdot \eta\mu(\omega t)$
 $x_2 = A_2 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$ τότε $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \theta)$ με $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$ και $\epsilon\varphi\theta = \frac{A_2 \cdot \eta\mu\varphi}{A_1 + A_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$

Αν $\varphi=0$: $A = A_1 + A_2$ και $\theta=0$

Αν $\varphi=\pi$: $A = |A_1 - A_2|$ και φάση της συνισταμένης ταλάντωσης η φάση της συνιστώσας με το μεγαλύτερο πλάτος

Ταλαντώσεις διαφορετικής συχνότητας

ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ : $x = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$ Συχνότητα Διακροτήματος: $f_\delta = |f_1 - f_2|$ Περίοδος: $T_\delta = \frac{1}{f_\delta}$

Κύματα

Ταχύτητα κύματος $u = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$ γενικότερα $u = \frac{x}{t}$

Φάση σημείων κύματος $\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ Σχέση διαφοράς φάσης σημείων κύματος και απόστασης

Εξίσωση Τρέχωντος κύματος

$$y = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

Σχέση διαφοράς φάσης σημείου κύματος και χρόνου

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{T} \Delta t$$

ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

Εξίσωση Συμβολής

$$y = 2A \cdot \sigma \upsilon \nu \left(\frac{\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \right) \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

Πλάτος σημείων

$$A' = 2A \cdot \left| \sigma \upsilon \nu \left(\frac{\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \right) \right|$$

Σημεία ενίσχυσης

$$r_1 - r_2 = N \cdot \lambda, N = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Σημεία απόσβεσης

$$r_1 - r_2 = (2N + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, N = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Χρονος έναρξης Συμβολής

$$t_{\sigma} = \frac{r_{12\max}}{u}$$

ΣΤΑΣΙΜΟ ΚΥΜΑ

Εξίσωση Στάσιμου

$$y = 2A \cdot \sigma \upsilon \nu \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$$

Πλάτος σημείων

$$A' = 2A \cdot \left| \sigma \upsilon \nu \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right|$$

Κοιλίες Στάσιμου

$$x = N \cdot \frac{\lambda}{2}, N = 0, 1, 2 \dots$$

Σημεία απόσβεσης

$$x = (2N + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}, N = 0, 1, 2 \dots$$

ΣΤΕΡΕΟ

Ροπή Δύναμης

$$\tau = F \cdot \ell$$

Ροπή ζεύγους δυνάμεων

$$\tau = F_1 \cdot d$$

Ισορροπία Στερεού

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma \tau = 0$$

Ροπή Αδράνειας σημειακού σώματος

$$I = m \cdot r^2$$

Ροπή Αδράνειας ως προς διαφορετικό άξονα (Θ. Steiner)

$$I_A = I_{cm} + M \cdot d^2$$

Θεμελιώδης νόμος στροφικής

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma}$$

Γωνιακή επιτάχυνση

$$\alpha_{\gamma} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Επιτάχυνση του Κ.Μάζας (Μεταφορική επιτάχυνση)

$$\alpha_{cm} = \frac{\Delta u_{cm}}{\Delta t}$$

Γωνιακή Ταχύτητα

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Ταχύτητα του Κ.Μάζας (Μεταφορική ταχύτητα)

$$u_{cm} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Κύλιση τροχού (μή ολίσθηση)

Σχέση γωνιακής και μεταφορικής επιτάχυνσης

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma} \cdot R$$

Σχέση γωνιακής και μεταφορικής ταχύτητας

$$u_{cm} = \omega \cdot R$$

Σχέση γωνίας και μήκους τόξου (απόσταση του Κ.Μ)

$$\Delta s = \Delta \theta \cdot R$$

Στροφορμή υλικού σημείου

$$L = p \cdot r = m \cdot u \cdot r$$

Στροφορμή Στερεού

$$L = I \cdot \omega$$

Ρυθμός Μεταβολής στροφικής

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \Sigma \tau_{\epsilon \xi}$$

Αρχή Διατήρησης στροφικής

$$\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\epsilon\lambda}, \Sigma \tau_{\epsilon \xi} = 0$$

Ενέργειες - Έργο

Κινητική στροφική

$$K = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

Κινητική ολική (Σύνθετη κίνηση)

$$K = \frac{1}{2} m \cdot u_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

Δυναμική Ενέργεια

$$U = M \cdot g \cdot h$$

Έργο ροπών ($\tau = \text{σταθερή}$)

$$W = \tau \cdot \theta$$

Ρυθμός Μεταβολής Έργου

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = \tau \cdot \omega$$

Θεώρημα έργου ενέργειας (Θ.Ε.Ε)

$$\Sigma W = \Delta K = \frac{1}{2} I \cdot \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \cdot \omega_1^2$$

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Κεντρική ελαστική

ΙΣΧΥΕΙ

$$\Delta K_{ολ} = 0$$

Μηδενικές απώλειες

Ταχύτητες μετά την κρούση

$$u'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2$$

$$u'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_2$$

Ταχύτητες μετά την κρούση. Αν το ένα ακίνητο

$$u_2 = 0$$

$$u'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$$

$$u'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

ΕΙΔΙΚΟΤΕΡΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

Ταχύτητες μετά την κρούση. Αν έχουν ίσες μάζες

$m_1 = m_2$ ανταλλάσσουν ταχύτητες

$$u'_1 = u_2 \text{ \& \ } u'_2 = u_1$$

Ταχύτητες μετά την κρούση. Αν το ένα ακίνητο μεγάλης μάζας

$$u'_1 = -u_1 \text{ \& \ } u'_2 = 0$$

Ανελαστική κρούση (ΠΛΑΣΤΙΚΗ)

$$\Delta K_{ολ} \neq 0$$

Απώλειες ή θερμότητα κατά την κρούση

$$Q = \Delta K_{ολ} = K_{αρχ} - K_{τελ}$$

Ταχύτητες μετά την κρούση

ΕΦΑΡΜΟΖΟΥΜΕ Α.Δ.Ο

Doppler

Ακίνητη πηγή και παρατηρητής

$$f_A = f_S$$

Ακίνητη πηγή και κινούμενος παρατηρητής

$$f_A = \frac{u_{\eta\zeta} + u_A}{u_{\eta\zeta}} f_S$$

Αν ο παρατηρητής πλησιάζει την πηγή

$$f_A = \frac{u_{\eta\zeta} - u_A}{u_{\eta\zeta}} f_S$$

Αν ο παρατηρητής απομακρύνεται από πηγή

Ακίνητος παρατηρητής και κινούμενη πηγή

$$f_A = \frac{u_{\eta\zeta}}{u_{\eta\zeta} - u_S} f_S$$

Αν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή

$$f_A = \frac{u_{\eta\zeta}}{u_{\eta\zeta} + u_S} f_S$$

Αν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή

Κινούμενη πηγή και κινούμενος παρατηρητής

$$f_A = \frac{u_{\eta\zeta} \pm u_A}{u_{\eta\zeta} \mp u_S} f_S$$

ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΓΕΘΩΝ

Απομάκρυνση 1 m	Χρόνος 1 s	Ταχύτητα 1m/s	Επιτάχυνση 1m/s ²
Δύναμη 1N	Ορμή 1Kg.m/s	Έργο-ενέργεια 1J (Joule)	Ισχύς 1W (Watt)
Φορτίο 1C	Τάση 1V	Ένταση Η.Ρ 1 A	Χωρητικότητα Πυκνωτή 1 F(Farad)
Συντελεστής επαγωγής 1 H(Henry)	Συχνότητα 1 Hz	Γωνιακή ταχύτητα Κυκλική συχνότητα 1 rad/s	Ροπή 1 N.m
Ροπή Αδράνειας 1Kg.m ²	Στροφορμή 1Kg.m ² /s	Γωνιακή επιτάχυνση 1 rad/s ²	